EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS

COLECCIÓN DE REPASO 6

"Las cosas difíciles requieren un largo tiempo, las cosas imposibles un poco más."

Fridtjof Nansen (1861-1930)

Ejercicio 1

a) Calcular el valor de a para que, al dividir el polinomio $P(x) = x^2 + ax - 3$ entre $(x + 2)$, nos dé de resto −5.

$a = 3$

b) Calcular los valores de a y b en el polinomio $P(x) = ax^2 + bx - 7$, sabiendo que se anula para $(x - 1)$, y que el resto de su división entre $(x - 2)$ es −15.

$a = -11$

$b = 18$

c) Calcular los valores de a, b y c en el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$, sabiendo que es divisible entre $(x + 1)$, que el resto de su división entre $(x - 2)$ es −15, y que el resto de su división entre $(x + 2)$ es 9.

$a = 1$

$b = -6$

$c = -7$

Ejercicio 2

a) En un examen, las preguntas estaban ordenadas según su dificultad. La primera valía 2 puntos y cada una de las restantes valía 3 puntos más que la anterior. Si en total valía el examen 40 puntos, ¿cuántas preguntas tenía el examen?

5 preguntas.

b) Una máquina envasadora pierde cada año un 15% de su valor. Si costó 20000 €, ¿cuál será su valor dentro de 5 años?

$\mathrm{V} = 20000 \cdot 0.85^5 \approx 8874{,}11\ €$

Ejercicio 3

Una compañía eléctrica ofrece tres contratos mensuales. Cada contrato tiene un término fijo y un precio por kWh consumido:

- Contrato A: fijo 10 € + 0,30 €/kWh
- Contrato B: fijo 20 € + 0,20 €/kWh
- Contrato C: fijo 40 € + 0,10 €/kWh

a) Estudia en qué casos convenía subscribir un contrato u otro.

$0 \leq x < 100$: A es más barato.

$100 \leq x < 200$: B es más barato (en x=150, A=C, pero B sigue menor).

$x \geq 200$: C es más barato; en x=200 B=C.

b) ¿Qué contrato debía subscribir una familia que permanecía durante todo el año en su vivienda y gastaba aproximadamente 180 KW mensuales?

Con 180 kWh/mes $\Rightarrow 100 \leq x < 200 \Rightarrow$ Contrato B.

c) ¿Qué contrato debía subscribir una familia para cada una de sus viviendas: una casa en la ciudad en la que permanecían 11 meses, y un apartamento en la playa en el que permanecían 1 mes, si el gasto mensual es de 220 KW mensuales, aproximadamente?

Con 220 kWh/mes tanto en la casa (11 meses) como en el apartamento (1 mes) $\Rightarrow x \geq 200 \Rightarrow$ Contrato C en ambas (asumiendo que solo se contrata el mes de uso).

Ejercicio 4

En el trapecio rectángulo de la figura, el lado oblicuo forma un ángulo de 30° con la base. Sabiendo que $\mathrm{B} = 12 + 3\sqrt{3}$ metros y $\mathrm{b} = 12 - 3\sqrt{3}$ metros, calcula su altura, perímetro y área.

La altura son 6 metros, el perímetro 42 metros y el área 72 metros cuadrados.

Ejercicio 5

En el parque de bomberos se hace un informe de estado de los 70 cascos tras varias intervenciones. Para clasificarlos se usa un sistema de puntos de seguridad:

- Los cascos sin daños reciben 20 puntos de seguridad.
- Los cascos con daños leves reciben un 20% menos que los anteriores.
- Los cascos con daños graves reciben un 60% menos que los que están sin daños.

Al sumar los puntos de todos los cascos se obtiene un total de 1280 puntos. Además, el número de cascos dañados (leves o graves) corresponde al 40% de los que están sin daños. ¿Cuántos cascos hay de cada tipo?

50 indemnes, 15 leves, 5 graves.

Ejercicio 6

a) En una biblioteca hay 6 manuales de Álgebra y 3 de Física. Queremos llevarnos exactamente 2 de Álgebra y 2 de Física. ¿Cuántas selecciones distintas hay?

45

b) Una tienda te ofrece 6 vinilos diferentes y puedes quedarte 3. ¿De cuántas formas puedes escogerlos?

20

c) Con las cifras 2, 5, 7, 9 se forman códigos numéricos.

a. ¿Cuántos códigos de 3 cifras pueden formarse si se puede repetir cifra?

Con repetición: $4^3 = 64$

b. ¿Y si las 3 cifras son distintas?

Distintas: $\mathrm{P}(4,3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

c. ¿Cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar?

Números de 4 cifras distintas: $4! = 24$

d. De los del apartado b), ¿cuántos son pares?

De los del apartado b) (los de 3 cifras distintas), pares $\Rightarrow$ última cifra 2 $\Rightarrow$ $\mathrm{P}(3,2) = 6$

d) Hay 10 candidatos para ocupar los puestos presidente, secretario y tesorero (todos distintos).

a. ¿De cuántas maneras se pueden asignar los tres cargos?

Cargos distintos con 10 candidatos: $\mathrm{P}(10,3) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

b. Si el presidente ya está fijado (una persona concreta), ¿de cuántas maneras se pueden cubrir los otros dos cargos?

Presidente fijado $\Rightarrow \mathrm{P}(9,2) = 9 \cdot 8 = 72$

Ejercicio 7

En un parque de bomberos hay tres tipos de equipos de protección: cascos, chaquetas y botas. Cada equipo cuesta 5 € de mantenimiento. El coste total del mantenimiento de todos los equipos es de 300 €. Se sabe que el 30% del número de cascos supera en dos unidades al 10% de la suma de chaquetas y botas. Además, la suma del número de cascos y botas es el triple del número de chaquetas. ¿Cuántos equipos hay de cada tipo en el parque de bomberos?

20 cascos, 15 chaquetas y 25 botas.

Academia Pyro

Ejercicio 8

Efectuar las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini, indicando el cociente y el resto:

a) $(3x^4 - 10x^3 - x^2 - 20x + 5) : (x - 4)$

$C(x) = 3x^3 + 2x^2 + 7x + 8$

$R(x) = 37$

b) $(x^3 + x^2 + x + 1) : (x + 1)$

$C(x) = x^2 + 1$

$R(x) = 0$

c) $(2x^4 - 7x^3 + 4x^2 - 5x + 6) : (x - 3)$

$C(x) = 2x^3 + x^2 + x - 2$

$R(x) = 0$

Ejercicio 9

a) La progresión 6, 11, 16, 21, ..., 126. ¿Cuántos términos tiene?

25 términos.

b) Un deportista entrena tres semanas según el siguiente plan: el primer día corre 15 minutos e incrementa la duración de la carrera en 5 minutos cada día. ¿Cuánto tiempo corrió el último día? ¿Y a lo largo de las tres semanas? Resuélvelo usando la fórmulas de progresiones.

El último día corrió 115 minutos

A lo largo de las tres semanas corrió 22 horas y 45 minutos.

Ejercicio 10

Calcula la ecuación de la circunferencia que:

a) Tiene su centro en (2,-3) y pasa por el punto (1, 4).

$(x-2)^2+(y+3)^2=50$

b) Tiene su centro en (2, -3) y es tangente al eje de abscisas.

$(x-2)^2+(y+3)^2=9$

c) Tiene su centro en el punto de intersección de las rectas $x+3y+3=0$ y $x+y+1=0$ y su radio es igual a 5 unidades.

$x^2+(y+1)^2=25$

d) Tiene su centro en la recta $5x-3y-2=0$ y pasa por los puntos (4,0) y (0,4).

$(x-2)^2+(y-1)^2=10$

Ejercicio 11

Halla dos números complejos conjugados cuyo cociente sea un imaginario puro y su diferencia sea 4i.

$z_1 = 2 + 2i$

$\overline{z_1} = 2 - 2i$

ó

$z_2 = -2 + 2i$

$\overline{z_2} = -2 - 2i$

Ejercicio 12

a) En un inventario aparece un número natural n. Se sabe que dos tercios de n son menos de 4, mientras que cuatro quintos de n son más de 1. ¿Cuál puede ser ese número?

$n \in \{2, 3, 4, 5\}$

b) Dos deportistas de un mismo club tienen edades que difieren en 7 años. ¿Qué edades podrían tener si la suma de ambas es inferior a 20 años?

$\text{Posibilidades (en años): } (6, 13), (5, 12), (4, 11), (3, 10), (2, 9), (1, 8)$

c) Una biblioteca municipal dispone de un presupuesto de entre 200 y 300 € para adquirir novelas y cómics. El gasto destinado a novelas debe ser el triple del destinado a cómics. ¿Entre qué valores debe estar la cantidad para cómics? ¿Y la destinada a novelas?

Comics: $200 < 4c < 300 \Rightarrow 50 < c < 75$

Novelas: $n = 3c \Rightarrow 150 < n < 225$

Ejercicio 13

a) La recta $y + 2 = m(x + 3)$ pasa por el punto de intersección de las rectas $2x + 3y + 5 = 0$ y $5x - 2y - 16 = 0$. Determina el valor de m.

$$m = -\frac{1}{5}$$

b) Determina la ecuación de la recta con pendiente -2 que pasa por el punto (-5, 1).

$$y = -2x - 9$$

c) Una recta pasa por el punto A(7, 8) y es paralela a la recta que pasa por los puntos C(-2, 2) y D(3, -4). Hallar su ecuación

$$y = -\frac{6}{5}x + \frac{82}{5}$$

Ejercicio 14

a) Se buscan tres números consecutivos en una progresión geométrica cuya suma es 155 y cuyo producto es 15625. ¿Cuáles son esos números?

5, 25, 125

b) En una sucesión aritmética se cumple que el tercer término es 7 y el décimo es 21. Calcula la suma de los 12 primeros términos.

168

Ejercicio 15

1. En el parque de bomberos de Molina de Segura, los camiones del CEIS pasan por el taller. En un día típico llegan: por la mañana: 3 camiones con averías eléctricas (luces, paneles de control), 8 con fallos mecánicos (motor, transmisión) y 3 con daños de carrocería; por la tarde, en cambio, llegan 2 con averías eléctricas, 3 con fallos mecánicos y 1 con daños de carrocería.

   a) Calcula el porcentaje de camiones que acuden por la tarde.

      30%

   b) Calcula el porcentaje de camiones que acuden por fallos mecánicos.

      55%

   c) Calcula la probabilidad de que un camión con avería eléctrica haya acudido por la mañana.

      60%

   d) Calcula la probabilidad de que un camión tenga fallo mecánico o acuda por la tarde.

      70%

2. Partimos dos urnas para un experimento probabilístico. La urna U1 contiene 3 bolas blancas y 7 rojas; la urna U2 contiene 6 blancas y 2 rojas. Se realiza el siguiente procedimiento: se extrae al azar una bola de U1 y se traslada a U2 (sin observar su color). A continuación, se hace una extracción de U2.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola obtenida de U2 sea blanca?

      $\frac{7}{10}$

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas (la trasladada de U1 y la extraída de U2) sean blancas?

      $\frac{7}{30}$

   c) Sabiendo que la extracción de U1 ha resultado roja, ¿qué probabilidad hay de que la bola trasladada desde U1 fuese blanca?

$$P(\text{traslado B} \mid \text{U2 blanca}) = \frac{\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{7}{10}} = \frac{1}{3}$$

d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos una bola blanca en el proceso (ya sea en la extracción de U1 o en la de U2)?

$$\mathrm{P(ambas\ rojas)} = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$$

$$\mathrm{P(al\ menos\ una\ blanca)} = 1 - \frac{7}{30} = \frac{23}{30}$$

Ejercicio 16

a) En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:

   a. ¿En qué año se realizará la décima revisión?

   2026

   b. ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

   13

b) Un estudiante de 3º de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

   a. ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?

   29

   b. ¿Cuántos ejercicios hará en total?

   225

Ejercicio 17

a) En un parque de bomberos se compraron dos equipos de respiración autónoma por un total de 2100 €. En la revisión, se vio que en uno de ellos el coste final (con mantenimiento y mejoras) aumentó en un 10% sobre su precio de compra, mientras que en el otro disminuyó en un 10%. En conjunto, el gasto total en estos equipos supuso un 5% más que el precio de compra inicial. ¿Cuál fue el precio de compra de cada uno de los equipos?

Uno de los equipos 1575€ y 525€.

b) En el parque de bomberos de Lorca se están renovando los equipos de protección. La guardia A necesita un casco (350 €) y unos guantes (120 €). La guardia B compra un chaquetón ignífugo (1200 €) y unas botas especiales (320 €). Tras aplicar los descuentos de seguridad para bomberos, el equipo A pagó 364 € y el equipo B pagó 1.184 €. Se sabe que el porcentaje de descuento aplicado al casco y al chaquetón es el mismo, y que el aplicado a los guantes y a las botas también es el mismo. ¿Qué porcentaje de descuento se aplicó a cada grupo de equipos?

A un grupo de equipos el 20% y a otro el 30%.

Ejercicio 18

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x - 4 = 0$

$x_1 = 2$

$x_2 = 1$

$x_3 = -1$

$x_4 = \sqrt{2}$

$x_5 = -\sqrt{2}$

b) $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$

$x_1 = 3$

$x_2 = 2$

$x_3 = 1$

$x_4 = -1$

Ejercicio 19

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x-2>1 \\ (x-4)(x+2)=0 \end{cases}$

$x=4$

b) $\begin{cases} 2x-2\geq x \\ \frac{x+2x}{2}=x+1 \end{cases}$

$x=2$

c) $\begin{cases} \frac{4x-12}{5}-\frac{x}{6}>-\frac{1}{2} \\ \frac{3x}{8}>\frac{3x-9}{2}-\frac{2x-8}{3} \end{cases}$

$x\epsilon\left[\frac{72}{19},4\right]$

a) $\begin{cases} \frac{7x+1}{3}-\frac{x}{2}\geq\frac{5x}{3}-1 \\ 2x+3\leq\frac{3(x-2)}{4}+\frac{2x-1}{2} \end{cases}$

$\emptyset$

Ejercicio 20

a) Un barco se encuentra a $60\sqrt{3}$ m en horizontal del pie de un acantilado. Sobre la cornisa del acantilado hay un faro. Desde el barco, el ángulo de elevación hasta la cornisa (base del faro es 30°, y el ángulo de elevación hasta la cima del faro es 45°. Calcula la altura del acantilado y la altura del faro.

Altura del acantilado: 60 metros

Altura del faro: $60\left(\sqrt{3}-1\right) = 43{,}92$ metros

b) Un faro de 12 m de altura está construido sobre un promontorio rocoso de altura desconocida respecto al nivel del mar. Desde un barco, la distancia en línea recta a la cima del promontorio (base del faro) es 39 m, y la distancia en línea recta a la linterna del faro (cima del faro) es 45 m. Halla la altura y la distancia horizontal.

Altura del promontorio: 15 metros

Distancia horizontal: 36 metros

Academia Pyro

Ejercicio 21

Calcula:

a) $\frac{13i^4 \cdot (2-i)}{3-2i}$

$8+i$

b) $\frac{(3-i)^2}{1-i}$

$7+i$

c) $\frac{50 \cdot i^{10} \cdot (1-i)}{3-i}$

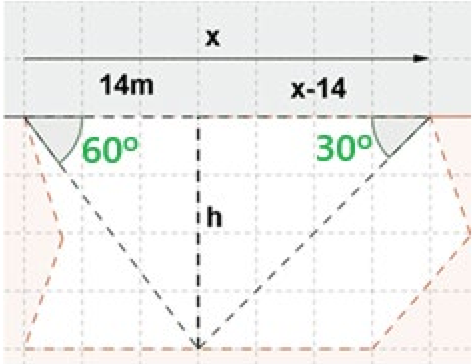
$-20+10i$

d) $(4-2i)^2 \cdot (3+i) + \frac{5-i}{2+3i}$

$\frac{683}{13} - \frac{485}{13}i$

Ejercicio 22

Para construir un puente tenemos las medidas que se muestran en el croquis.



a) ¿Qué longitud tendrá el puente?

56 metros

b) ¿Cuál es la altura máxima de los pilares que los sujetan?

$14\sqrt{3} = 24{,}25 \text{ metros}$

Ejercicio 23

Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta que $z_1 = 3 - 2i$ y $z_2 = -3 + 5i$.

a) $z_1 + \overline{z_2}$

$-7i$

b) $z_1{}^2$

$5 - 12i$

c) $z_1 : z_2$

$-\frac{19}{34} - \frac{9}{34}i$

d) $z_2 - \overline{z_2}$

$10i$

Ejercicio 24

Dibujar en unos ejes cartesianos el triángulo de vértices A(2,0), B(0,1) y C(-3,-2), y hallar:

a) La ecuación de la mediana correspondiente al lado (AC).

$$y = 4x + 1$$

b) La ecuación de la altura correspondiente al lado (AC).

$$y = -\frac{5}{2}x + 1$$

c) La ecuación de las mediatrices correspondientes a (AB) y (AC).

$$\text{Mediatriz de AB: } y = 2x - \frac{3}{2}$$

$$\text{Mediatriz de AC: } y = -\frac{5}{2}x - \frac{9}{4}$$

d) Obtén el punto de intersección entre las rectas del apartado d).

$$\left(-\frac{1}{6}, -\frac{11}{6}\right)$$

Ejercicio 25

Obtén el valor de x para que $\frac{x+9i}{3-i}$ resulte en un número imaginario puro.

$x = 3$

Ejercicio 26

Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por A (0,2) y B(0,-2) y que es tangente a la recta $y = 3x + 2$.

$(x - 6)^2 + y^2 = 40$

Ejercicio 27

a) Un terreno triangular tiene lados que miden 18 m, 16 m y 9 m. Se planea construir un muro paralelo a cada lado, de manera que la longitud de cada uno se reduzca en la misma cantidad. Con esta modificación, la figura resultante es un triángulo rectángulo. ¿Cuánto debe reducirse cada lado?

1 metro.

b) Dos senderistas parten al mismo tiempo de lugares distintos separados por 21 km y pedalean uno hacia el otro. El primero avanza a 8 km/h y el segundo a 6 km/h. ¿En cuánto tiempo se encontrarán?

1 hora y 30 minutos

c) La edad actual de un padre es igual al cuadrado de la edad que tendrá su hijo dentro de dos años. En ese momento, la edad del hijo será la sexta parte de la edad que tiene hoy el padre. ¿Cuántos años tienen actualmente el padre y el hijo?

El padre tiene 36 años y el hijo 4.

Ejercicio 28

Realiza las siguientes divisiones:

a) $(x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6):(x^4 + 1)$

$C(x) = x - 2$

$R(x) = 3x^2 - x - 4$

b) $(8x^5 - 16x^4 + 20x^3 - 11x^2 + 3x + 2):(2x^2 - 3x + 2)$

$C(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

$R(x) = 0$

c) $(2x^3 + 3x^2 - 1):(x - 1/2)$

$C(x) = 2x^2 + 4x + 2$

$R(x) = 0$

Ejercicio 29

a) En un pabellón quedan 8 accesos para el espectáculo y hay 12 personas en la fila. Cada persona, como mucho, puede entrar con un acceso. ¿Cuántas formas hay de repartir esos 8 accesos entre las 12 personas?

495 formas

b) Cinco participantes completan una crono sin empates. ¿De cuántas maneras distintas pueden ocupar las posiciones de llegada?

120 ordenes

c) Una pareja quiere organizar cenas con su grupo de 10 amigos, pero su salón solo admite 5 comensales cada vez. ¿De cuántas formas distintas pueden escoger a 5 amigos para una cena?

252

d) Con las letras de la palabra PARTIDO: ¿Cuántas ordenaciones diferentes hay? ¿Cuántas comienzan por **P**? ¿Cuántas comienzan por **PAR**?

Ordenaciones distintas: $7! = 5040$

Que **comienzan por P**: fijamos P y permutamos 6 letras → $6! = 720$

Que **comienzan por PAR**: fijamos P-A-R y permutamos las 4 restantes (T, I, D, O) → $4! = 24$

Ejercicio 30

a) En una familia, la edad del padre es menor que el triple de la edad del hijo mayor. Además, hace 5 años la edad del padre superaba el doble de la edad del hijo en aquel momento. Si la suma actual de sus edades es 40 años, ¿entre qué edades puede estar el hijo?

Si las edades son enteras en años: $\mathrm{H} \in \{11, 12, 13, 14\}$ (y $\mathrm{P} = 29, 28, 27, 26$ respectivamente).

b) En una hoja de cálculo se registra un valor real x. Se quiere saber para qué valores de x ocurre que el cuadrado de la lectura es más de dos unidades mayor que la propia lectura. ¿Cuáles son esos valores de x?

$\mathrm{x} < -1 \text{ o } \mathrm{x} > 2$

Ejercicio 31

a) En una sucesión geométrica, el primer término es 5 y el quinto término resulta ser 405. ¿Cuál es la razón de la progresión?

$\mathrm{r} = 3$

b) Se tiene una progresión geométrica en la que el primer término es 5 y el segundo es 3. Escribe los seis primeros términos de dicha sucesión.

$5,\ 3, \frac{9}{5}, \frac{27}{25}, \frac{81}{125}, \frac{243}{625}$

Ejercicio 32

Halla los números complejos que cumplen la siguiente ecuación: $z^3 + 64 = 0$.

Paso 1: Reescribimos la ecuación

$z^3 = -64$

Paso 2: Pasamos a forma polar

Cualquier número complejo en forma binómica $z = x + iy$ puede escribirse en forma polar:

$$z = r\,[\cos(\theta) + i\sin(\theta)]$$

siendo:

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \arg(z)$$

En nuestro caso:

$$-64 = 64 \cdot (-1)$$

Por lo que el número −64 en el plano complejo está sobre el eje real negativo.

Su módulo es: $r = |-64| = 64$

Su argumento es: $\theta = \pi$ (o 180°)

Así:

$$-64 = 64\,[\cos(\pi) + i\sin(\pi)]$$

Paso 3: Usamos la fórmula de De Moivre para raíces

Para resolver $z^n = w$, las raíces n-ésimas de un número complejo se obtienen con la fórmula:

$$z_k = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right], \qquad \text{con } k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$$

Aquí:

$n = 3$ (porque buscamos raíces cúbicas),

$r = 64$, entonces $\sqrt[3]{64} = 4$

$\theta = \pi$

Paso 4: Aplicamos la formula

$$z_k = 4\left[\cos\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right)\right], \qquad \text{con } k = 0, 1, 2$$

Paso 5: Calculamos cada raíz

Para $k = 0$:

$$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right] = 4\left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + 2\sqrt{3}i$$

Para $k = 1$:

$$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{\pi + 2\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi + 2\pi}{3}\right)\right] = 4\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$$
$$= 4(-1 + 0i) = -4$$

Para $k = 0$:

$$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{\pi + 4\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\pi + 4\pi}{3}\right)\right] = 4\left[\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right]$$
$$= 4\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2 - 2\sqrt{3}i$$

Soluciones:

$\mathbf{z_0 = 2 + 2\sqrt{3}i}$

$\mathbf{z_1 = -4}$

$\mathbf{z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i}$

Ejercicio 33

1. Clara y David juegan al ajedrez. Clara gana el 70% de las partidas que disputan. Si juegan cuatro partidas, calcula la probabilidad de que:

   a) Clara gane todas las partidas.

   $24{,}01\%$

   b) Clara no gane ninguna.

   $0{,}81\%$

   c) David consiga al menos una victoria.

   $75{,}99\%$

   d) Clara gane más de la mitad de las partidas.

   $65{,}17\%$

2. En una feria hay dos cajas C1 y C2 con canicas rojas y azules. La composición es la siguiente: la caja C1 contiene cuatro canicas rojas y seis azules; la caja C2 contiene seis rojas y cuatro azules. Se extrae una canica de la caja C1 y se coloca dentro de la caja C2, sin observar su color. Después, se extrae una canica de la caja C2. Se pide:

   a) Calcular la probabilidad de que la canica que se saca de C2 sea roja.

   $$\frac{32}{55} = 0{,}5818$$

   b) Sabiendo que la canica extraída de C2 resultó roja, ¿cuál es la probabilidad de que la canica que se transfirió de C1 a C2 fuese también roja?

   $$\frac{7}{16} = 0{,}4375$$

Ejercicio 34

En un operativo nocturno, los bomberos montan un mástil de iluminación vertical sujeto al suelo con dos vientos de acero. En los puntos de anclaje, los cables forman con el suelo ángulos de 60° y 45°. La distancia horizontal entre ambos anclajes es $60(\sqrt{3}+1)$ metros. Calcula la altura del mástil y la longitud de cada cable.

$\text{Altura} = 60\sqrt{3}\ \text{metros}$

$\text{Cable del lado de } 60° = 120\ \text{metros}$

$\text{Cable del lado de } 45° = 60\sqrt{6}\ \text{metros}$

Ejercicio 35

Expresa los siguientes polinomios como producto de binomios:

a) $-7x^2 + 16x - 12 + x^3$

$(x-2)^2(x-3).$

b) $x + 6 - x^3 + x^4 - 7x^2$

$(x-1)(x-3)(x+1)(x+2)$

c) $x^3 + 8x^2 + 15x$

$x(x+3)(x+5)$

d) $8x + 5x^2 + x^3$

$$x\left(x+\frac{5+\sqrt{7}i}{2}\right)\left(x+\frac{5-\sqrt{7}i}{2}\right)$$

Ejercicio 36

a) El parque debe comprar material de formación (manuales) y radios de comunicación con un presupuesto entre 200 y 300 €. El gasto en manuales debe ser el triple del destinado a radios. ¿Entre qué valores debe estar la cantidad para radios? ¿Y para manuales?

b) En la academia de bomberos hay 40 aspirantes. Tras una prueba física, el triple del número de aptos es mayor que el doble del número de no aptos. ¿Cuál es el mínimo número de aptos posible?

Academia Pyro

Ejercicio 37

Resuelve:

a) $\begin{cases} \sqrt{3(x+y)} + x = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x + 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} xy = -3 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$

Ejercicio 38

1. Dos tiradores disparan sobre una diana. Uno tiene dos aciertos cada cinco disparos y el otro un acierto cada dos disparos. Si los dos disparan al mismo tiempo, se pide contestar razonadamente a las siguientes preguntas:
   a) La probabilidad de que los dos acierten.
   b) La probabilidad de que al menos uno acierte.
   c) La probabilidad de que ninguno acierte.
   d) La probabilidad de que uno acierte y el otro falle.
2. El Observatorio de Seguridad Vial ha estudiado los siniestros ocurridos la madrugada de los sábados. De acuerdo con el informe, el 65% se atribuye al consumo excesivo de alcohol, el 25% a conducción imprudente y el 10% restante a otras causas (p. ej., fallos mecánicos). Cuando se conoce la causa, la probabilidad de que el siniestro tenga consecuencias fatales es del 30% si fue por alcohol, del 20% si fue por imprudencia y del 5% si se debió a otras causas.
   a) Calcula la probabilidad de que un siniestro de ese periodo no tenga consecuencias fatales.
   b) Sabiendo que un siniestro no tuvo consecuencias fatales, halla la probabilidad de que la causa haya sido el consumo excesivo de alcohol.

Ejercicio 39

Durante una intervención, un bombero se sitúa en la cesta de un vehículo autoescala a 32 m de altura. Desde allí localiza en el suelo dos hidrantes. Las líneas de visión hacia ellos forman con la vertical ángulos de 30° y 60°, respectivamente. ¿A qué distancia entre sí están esos dos puntos?

Ejercicio 40

a) Hallar la ecuación de la recta con pendiente -4 y que pasa por el punto de intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ y $3x - 2y + 9 = 0$.

b) Hallar el área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta de ecuación $5x + 4y + 20 = 0$.

c) Hallar la distancia entre las dos rectas paralelas $3x + 5y - 11 = 0$, y la recta $6x + 10y - 5 = 0$.