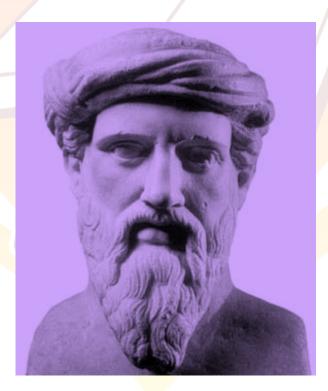
SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS

TEMA 6

TRIGONOMETRÍA. MEDIDA DE ÁNGULOS. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS. ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS. ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS.



"La geometría revela las proporciones divinas que gobiernan el universo."

Pitágoras de Samos (570 a.C.- 490 a.C.)

- a) Pasa a radianes los siguientes ángulos: 210°, 70°, 90°, 275°.
- b) Pasa a grados sexagesimales los ángulos: $\frac{7\pi}{6}$ rad, 3,5 rad, 10 rad y 150 rad.
 - a) Usamos la fórmula: Radianes = Grados $\cdot \frac{\pi}{180}$

$$210^{\circ} = \frac{7\pi}{6}$$
 rad

$$70^{\circ} = \frac{7\pi}{18}$$
 rad

$$90^{\circ} = \frac{\pi}{2} \text{rad}$$

$$275^{\circ} = \frac{11\pi}{9} \text{rad}$$

b) Usamos la fórmula: $\frac{180}{\pi}$

$$\frac{7\pi}{6}$$
 rad = 210°

$$3.5 \text{ rad} \approx 171.887^{\circ} = 171^{\circ} 53'13''$$

$$10 \text{ rad} \approx 572,958^{\circ} = 572^{\circ} 57'28''$$

$$150 \text{ rad} \approx 8594,36^{\circ} = 8594^{\circ} 21'36''$$

Completa la siguiente tabla:

| GRADOS | 35° | | 120° | |
|----------|-----|------------------|------|---|
| RADIANES | | $\frac{2\pi}{3}$ | | 2 |

| GRADOS | 35° | 120° | 120° | 114° 35′30″ |
|----------|-------------------|------------------|------------------|-------------|
| RADIANES | $\frac{7\pi}{36}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | 2 |

Un equipo de bomberos necesita asegurar una escalera de 20 metros de altura colocándola con un cable de sujeción para garantizar la estabilidad durante un rescate en un edificio en llamas. El cable se fija en la parte superior de la escalera y llega hasta el suelo, formando un ángulo de 30° con la superficie para cumplir con los protocolos de seguridad.

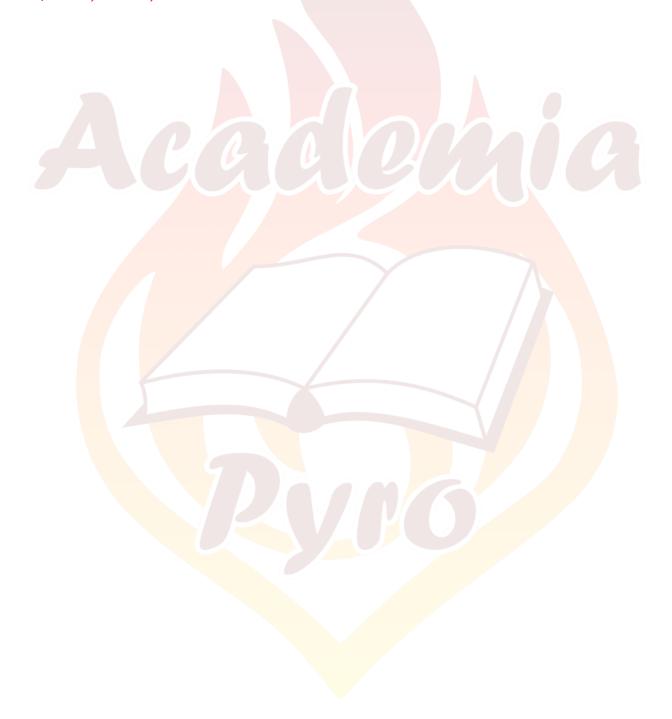
- a) ¿Cuánto costará el cable si cada metro tiene un precio de 12 euros?
- b) ¿Qué ángulo forma el cable con la escalera?

El costo del cable es de 480 dólares y el ángulo que el cable forma con la escalera es de 60° .



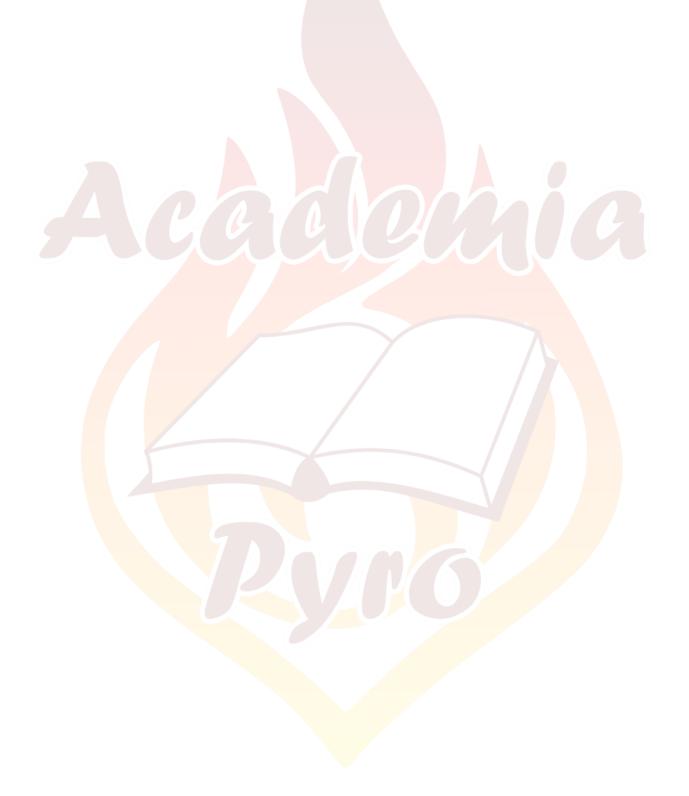
Durante una operación de rescate, un equipo de bomberos necesita determinar la altura de un edificio en llamas para desplegar su escalera telescópica. Un bombero se sitúa a 8 metros de la base del edificio y observa la parte superior de la azotea con un ángulo de 60° con respecto al suelo. ¿Cuál sería la altura del edificio si consideramos que el bombero está de pie y sus ojos se encuentran a 1,70 metros del suelo?

Si los ojos del bombero están a 1,70 metros del suelo, la altura del edificio es $8\sqrt{3} + 1,7 \cong 15,56$ metros.



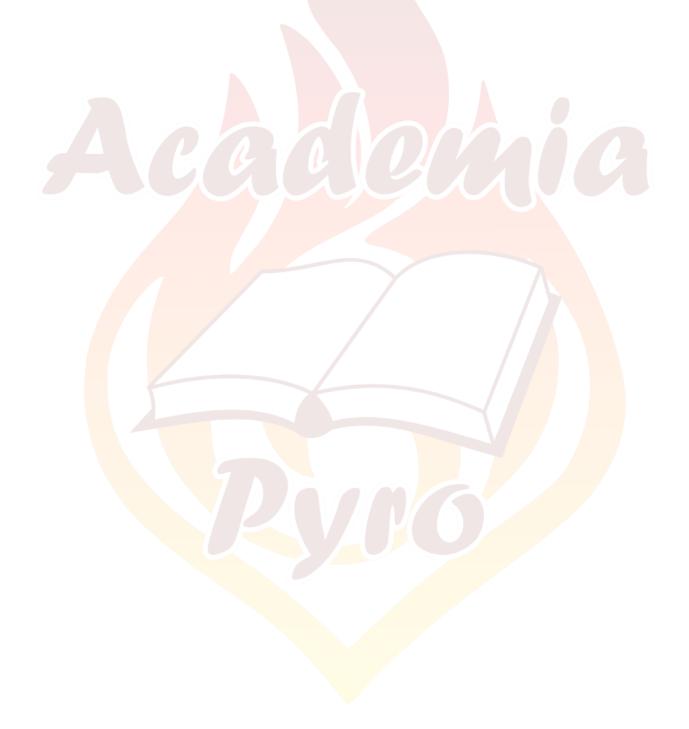
Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, y forman un ángulo de 60° . ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

La altura del paralelogramo es $6\sqrt{3}\cong 10{,}39~\text{cm}$ y su área del paralelogramo es $120\sqrt{3}\cong 207{,}8~\text{cm}^2.$



Durante un simulacro en una central nuclear, un equipo de bomberos necesita determinar la altura de una torre de refrigeración para planificar un rescate en caso de emergencia. Se sabe que la sombra de la torre mide 271 metros desde su base, y que los rayos del sol inciden con un ángulo de 30° respecto al suelo. ¿Cuál es la altura de la torre de refrigeración?

La torre tiene una altura de $\frac{271 \cdot \sqrt{3}}{3} \cong 156,46$ metros.



Durante una inspección de seguridad, un equipo de bomberos necesita calcular la altura de dos edificios situados a 150 metros de distancia uno del otro. Desde la azotea del edificio más alto (punto A), observan la azotea del otro edificio (punto B) con un ángulo de 60° entre la visual entre A y B y la vertical del edificio más alto. Desde la base de ese mismo edificio, se observa la azotea del otro edificio con un ángulo de 30° respecto al suelo. ¿Pueden los bomberos determinar la altura de ambos edificios con estos datos? En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada edificio?

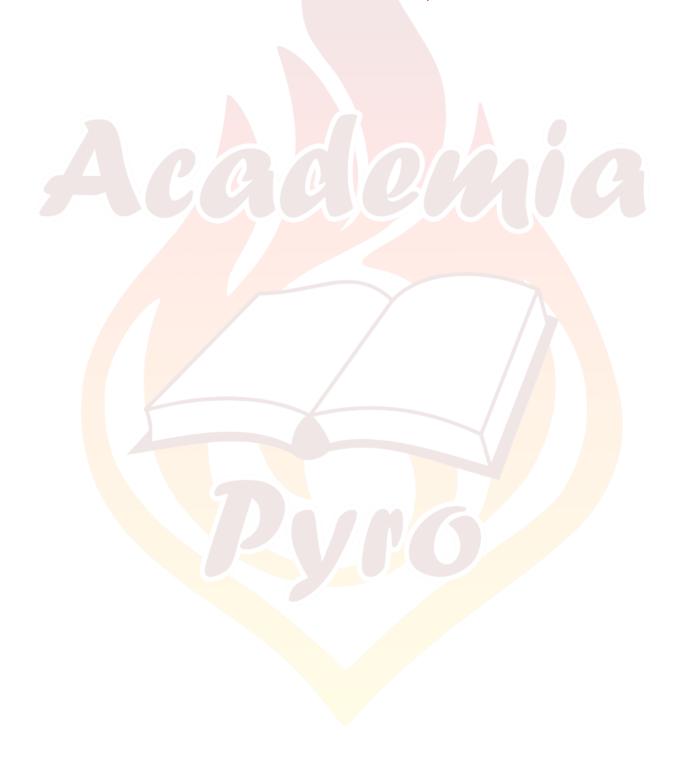
Sí pueden determinarlas.

La altura del edificio más alto es de 346,41 metros y la del más pequeño es de 86,60 metros.



Durante una operación de rescate, un equipo de bomberos necesita calcular la altura de un torreón con una bandera. Desde una determinada distancia, observan la bandera con un ángulo de 45° con respecto al suelo. Luego, tras avanzar 20 metros hacia el torreón, el ángulo de observación de la bandera aumenta a 60°. ¿Cuál es la altura del torreón y la altura total incluyendo la bandera?

La altura total del torreón con la bandera es de 47,32 metros.

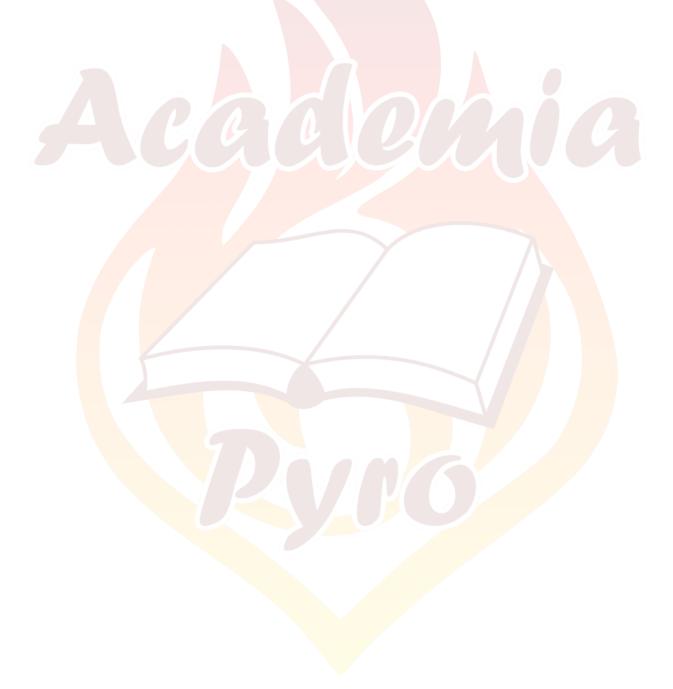


a) Una escalera de bomberos de 14,5 metros de longitud se apoya en la fachada de un edificio, poniendo el pie de la escalera a 10 metros del edificio. ¿Qué altura, en metros, alcanza la escalera?

La altura que alcanza la escalera es de 10,5 metros.

b) Una escalera de 65 decímetros está apoyada en una pared vertical a 52 decímetros del suelo. ¿A qué distancia se encuentra de la pared el pie de la escalera?

Se encuentra a 3,9 metros.



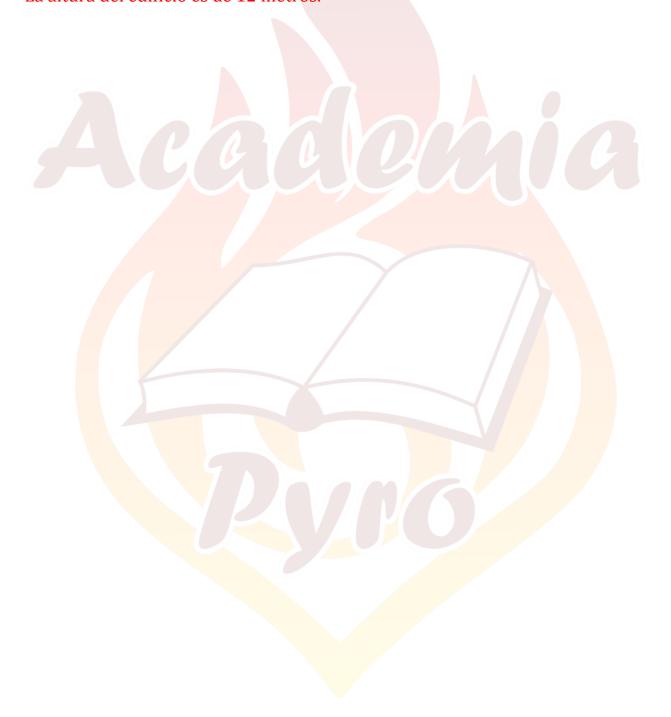
De las siguientes parejas de ángulos, ¿cuáles son complementarios, cuáles son suplementarios y cuáles ninguna de las dos opciones?

- a) 45° y 45°
- b) 21° y 68°
- c) 100° y 80°
- d) 90° y 40°
- e) 85° y 95°
- f) 43° y 47°
- g) 33° y 59°
- h) 90° y 90°
- a) Complementarios
- b) Ninguna
- c) Suplementarios
- d) Ninguna
- e) Suplementarios
- f) Complementarios
- g) Ninguna
- h) Suplementarios

Tenemos que calcular la altura de un edificio para realizar un rescate. Sabiendo que nos encontramos en la calle a una distancia del edificio de 3 metros menor que la altura del edificio y que la figura formada por la línea que nos separa del edificio y la altura del mismo, y la línea entre nosotros y la cubierta, forman un triángulo rectángulo, cuyo perímetro es de 36 m, determina cuál es la altura del edificio.

Oposición del CEIS de la CARM de 2023

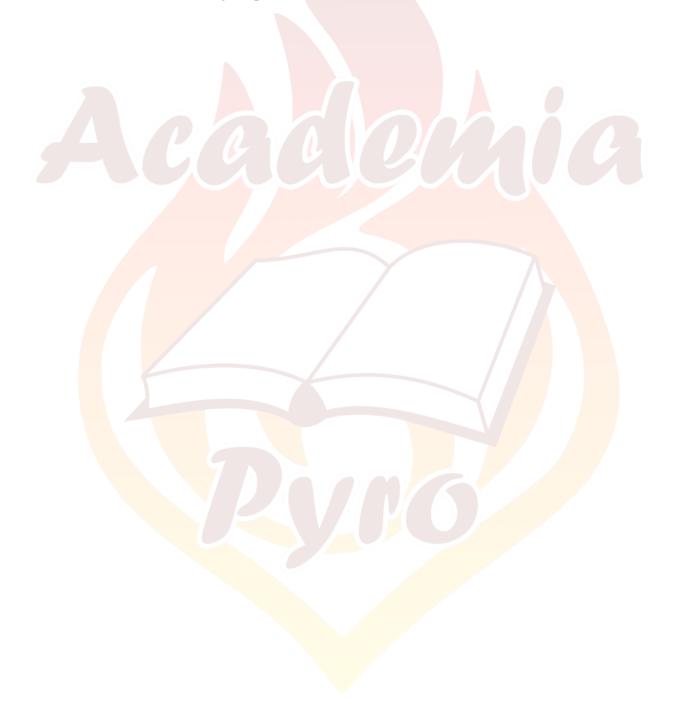
La altura del edificio es de 12 metros.



María y Javier han comprado una vivienda en la que comparten un terreno en forma de triángulo rectángulo, donde quieren construir un jardín. La altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcule el perímetro y la superficie de jardín expresando el resultado con una aproximación a las décimas.

Examen de Acceso a Grado Superior de Madrid de 2016

Perímetro de 46 metros y superficie de 79,4 m².



a) Durante una misión de rescate en una zona montañosa, un camión BRP por una pista forestal que asciende de manera recta hacia la zona donde se ha dado el aviso. La carretera forma 30° con la horizontal durante los primeros 2,5 km. Después se vuelve más inclinada y ese ángulo pasa a ser de 45°, por lo que se abandona el vehículo y se continúa a pie, avanzando otros 2 km. ¿A qué altura se encontrarán los bomberos después de llegar a la zona del rescate?

La altura total alcanzada al llegar a la zona del rescate es de 2664,21 metros.

b) En un triángulo rectángulo se sabe que la hipotenusa mide 8 cm y que uno de sus ángulos es de 30°. Calcula los dos catetos y el ángulo que falta.

El cateto opuesto mide 4 cm, el cateto adyacente 6,93 cm y el ángulo que falta mide 60°.



Durante una operación de rescate, un helicóptero de emergencias es avistado desde dos estaciones de bomberos situadas en las ciudades A y B, que están separadas por 35 km de distancia. Los bomberos en A observan el helicóptero con un ángulo de 30° respecto a la horizontal, mientras que los bomberos en B lo ven con un ángulo de 45°. ¿A qué altura sobre el suelo se encuentra el helicóptero? ¿Qué parque de bomberos esta más cerca del helicóptero de cara a minimizar el tiempo del rescate?

La altura del helicóptero sobre el suelo es de 12,81 km.

La distancia del helicóptero a la estación de bomberos en A es de 22,19 km.

La distancia del helicóptero a la estación de bomberos en B es de 12,81 km.

El parque de bomberos en la ciudad B está más cerca del helicóptero, por lo que sería la mejor opción para minimizar el tiempo del rescate.

En la pirámide de Keops de base cuadrada, el lado de la base mide 250 m y el ángulo que forma una cara con la base es de 60°. Calcula:

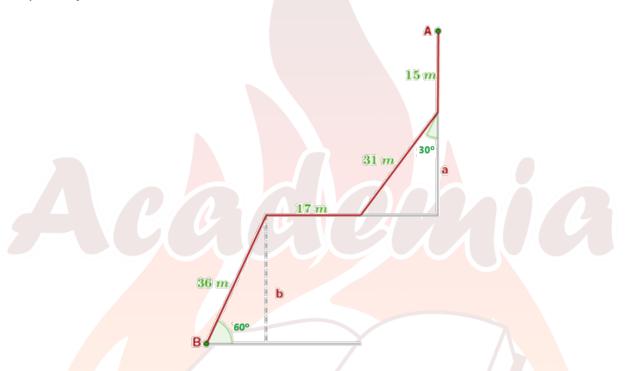
a. La altura de la pirámide, la altura de la cara y la arista.

Altura de la pirámide = 216,51 mAltura de la cara = 250 mArista = 279,51 m

b. Área y volumen de la pirámide.

Área total de la pirámide = 187500 m^2 Volumen de la pirámide = $4510548,98 \text{ m}^3$

Durante una misión de rescate en una cueva, un bombero del GRAEC utiliza un cable de seguridad para medir la profundidad de un pozo subterráneo. A medida que desciende, va soltando el cable y registra su longitud, así como el ángulo que forma con la horizontal. Las distancias y los ángulos del recorrido del cable se aprecian en el croquis adjunto.

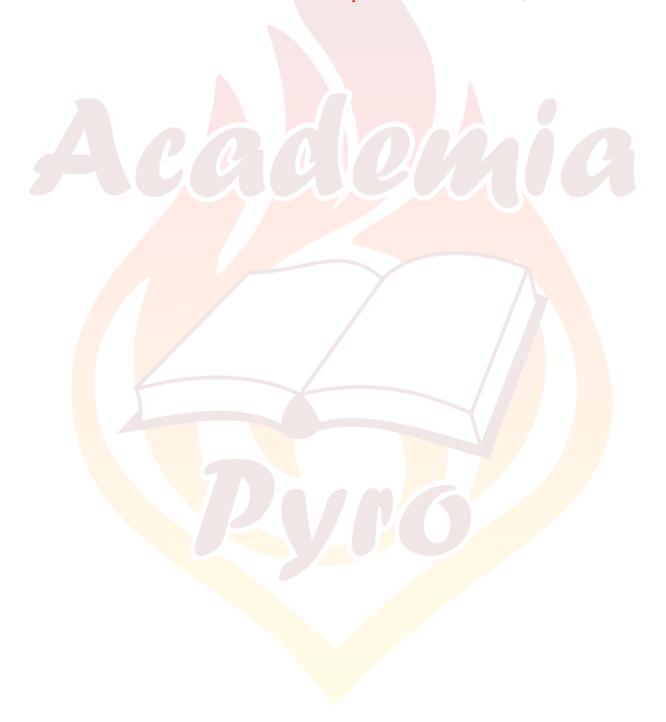


¿A qué profundidad se encontrará el bombero al llegar al punto B?

El bombero se encontrará a una profundidad total de aproximadamente 73,01 metros al llegar al punto B.

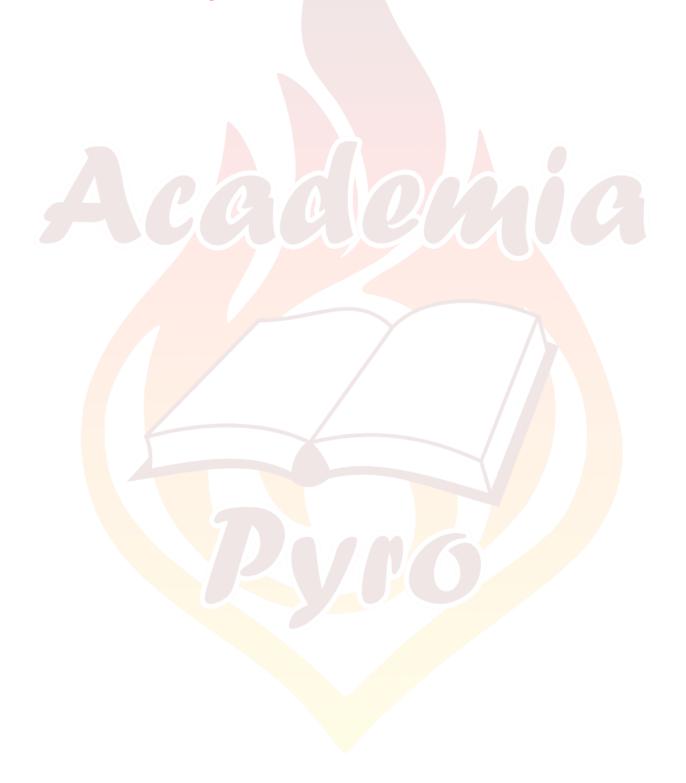
Se necesita calcular la altura de una torre de comunicación para planificar la instalación de un sistema de radio en una zona de rescate. La torre está rodeada por una cerca a la que no se puede acceder por seguridad. Para determinar su altura, se mide el ángulo de elevación desde un punto cercano y se obtienen 60°. Luego, se aleja 50 metros en línea recta y se vuelve a medir el ángulo de elevación, obteniendo 45°. ¿Cuál es la altura de la torre de comunicación?

La altura de la torre de comunicación es aproximadamente 118,30 metros



Se quiere medir la anchura de un río. Para ello se observa un árbol que está en la otra orilla. Se mide el ángulo de elevación desde esta orilla a la parte más alta del árbol y se obtienen 60°. Alejándose 30 m del río se vuelve a medir el ángulo de elevación y se obtienen 30°. Calcula la anchura del río.

La anchura del río es aproximadamente 15 metros.



a) Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable?

El cable debe medir $25\sqrt{5}$ metros, es decir, aproximadamente 55,9 metros.

b) Una parcela de terreno cuadrado dispone de un camino de longitud $2\sqrt{2}$ kilómetros que la atraviesa diagonalmente de vértice a vértice opuesto. Calcular el área total de la parcela.

Su área es 4 kilómetros cuadrados

c) Se desea pintar una cuadrado inscrito en una circunferencia de radio R=3 cm. Calcular el área del cuadrado.

El área del cuadrado inscrito es 18 centímetros cuadrados

d) Calcular cuánto mide el cateto b de un triángulo rectángulo si su otro cateto, a, y su hipotenusa, h, miden:

$$a = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

$$h = \frac{\sqrt{194}}{6} \text{ m}$$

El cateto b mide $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ m.

a) Se tiene un rectángulo cuya base mide el doble que su altura y su área es 12 centímetros cuadrados. Calcular el perímetro del rectángulo y su diagonal.

El perímetro del rectángulo es $6\sqrt{6}$ cm y su diagonal mide $\sqrt{30}$ centímetros.

b) Calcular el área del triángulo rectángulo cuyos vértices son A=(1,3), B=(3,-1) y C=(4,2).

El área del triángulo es 5 unidades al cuadrado.

