

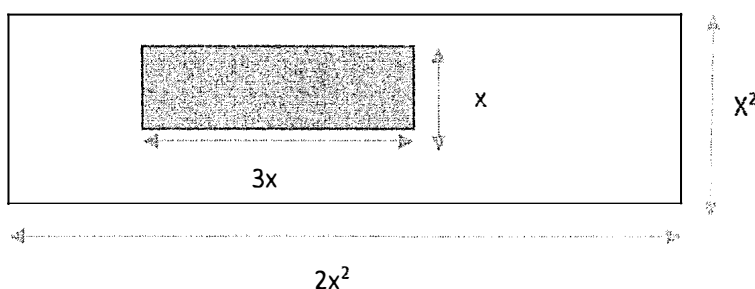


**PROCESO SELECTIVO PARA LA PROVISION COMO FUNCIONARIOS DE CARRERA MEDIANTE  
OPOSICION de 5 plazas (+5) de BOMBERO-CONDUCTOR ESPECIALISTA**

**2ª PARTE EJERCICIO SEGUNDO. MURCIA 13/02/2020**

**1º. PROBLEMA: Enunciado:**

Se quiere construir una piscina rectangular en un jardín y para ello se dibuja un esquema con las dimensiones del jardín y de la piscina. ¿Cuáles son las dimensiones de la piscina, si la diferencia de áreas entre el jardín y la piscina es de 135 m<sup>2</sup>?



**2º. PROBLEMA: Enunciado:**

Una compañía eléctrica ofrece tres tarifas que tienen una parte fija y una parte proporcional al consumo:

Tarifa A: 6,70 euros cantidad fija más 0,18 euros por Kilovatio de consumo.

Tarifa B: 9,60 euros cantidad fija más 0,13 euros por Kilovatio de consumo.

Tarifa C: 14 euros cantidad fija más 0,09 euros por Kilovatio de consumo.

Se pide:

- a) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa B es mejor que la A?
- b) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa C es mejor que la A?
- c) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa C es mejor que todas?

**3º. PROBLEMA: Enunciado:**

- a) Divide el polinomio  $5x^4 - 14 + 5x + x^3$  entre  $x^2 - 3$  indicando el cociente y el resto. Aplica la regla de la división para comprobar que los cálculos del apartado anterior están bien realizados.
- b) Halla el valor de  $m$  para que la división  $(x^3 + mx^2 + 2x - 10) : (x - 5)$  sea exacta.
  - b.1) Aplicando el teorema del resto.
  - b.2) Aplicando la técnica de Ruffini.

**Academia**



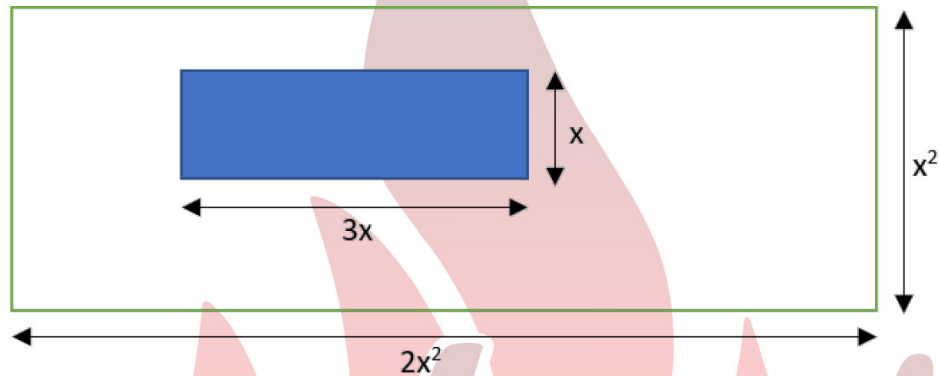
**EXAMEN DEL CEIS DE LA CARM  
DEL 13 DE FEBRERO DE 2020**

**Soluciones a los problemas de  
matemáticas**

**Pyro**

**EJERCICIO 1 (3,5 puntos)**

Se quiere construir una piscina rectangular en un jardín y para ello se dibuja un esquema con las dimensiones del jardín y la piscina. ¿Cuáles son las dimensiones de la piscina, si la diferencia de áreas entre el jardín y la piscina es de  $135 \text{ m}^2$ ?

**1. Información del problema:**

El área de la piscina es de  $x \cdot 3x = 3x^2$

El área del jardín es  $x^2 \cdot 2x^2 = 2x^4$

La diferencia de áreas entre el jardín y la piscina es  $135 \text{ m}^2$ .

**2. Ecuación resultante:**

Esto nos da la siguiente ecuación:

$$\text{Área del jardín} - \text{Área de la piscina} = 135$$

$$2x^4 - 3x^2 = 135$$

**3. Resolución de la ecuación:****PASO 1:**

Tenemos una ecuación bicuadrada. Para resolverla podemos hacer un cambio de variable para poder resolverla con la fórmula general de una ecuación de segundo grado. Si realizamos el siguiente cambio de variable  $y = x^2$ , nos queda la ecuación:

$$2x^4 - 3x^2 = 135 \rightarrow 2(x^2 \cdot x^2) - 3x^2 = 135 \rightarrow 2(y \cdot y) - 3y = 135 \rightarrow \\ \rightarrow 2y^2 - 3y = 135$$

Reordenando la ecuación:

$$2y^2 - 3y - 135 = 0$$

PASO 2:

Para resolver esta ecuación cuadrática  $ay^2 + by + c = 0$ , usamos la fórmula general donde  $a = 2$ ,  $b = -3$ , y  $c = -135$ :

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$
$$y = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-135)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 1080}}{4} = \frac{3 \pm 33}{4} \rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{3 + 33}{4} = 9 \\ y_2 = \frac{3 - 33}{4} = -7,5 \end{cases}$$

PASO 3:

Deshacemos ahora el cambio de variable tomando el resultado positivo solamente ya que  $x^2 \geq 0$  para que nos den resultados reales.

$$y_1 = 9 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{9} = 3 \\ x_2 = -\sqrt{9} = -3 \end{cases}$$

4. Discrimino los resultados válidos:

Ya hemos descartado las soluciones complejas de la ecuación (las que vienen de deshacer el cambio de variable con  $y_2 = -7,5$ ) y ahora debemos analizar también si descartamos alguna de las soluciones reales. En nuestro caso, lo que nos preguntan son las dimensiones de una piscina, por lo no pueden ser números negativos, ya que no tendría sentido matemático dar una longitud negativa.

Por lo tanto, el resultado válido es el de  $x_1 = 3$ .

5. Obtengo las dimensiones de la piscina:

Ahora que sabemos que  $x = 3$ , podemos calcular las dimensiones de la piscina:

El largo de la piscina es  $3x = 3 \cdot 3 = 9$  metros

El ancho de la piscina es  $x = 3$  metros.

**Solución:**

**El largo de la piscina es de 9 metros y su ancho de 3 metros.**



## EJERCICIO 2 (3,5 puntos)

Una compañía eléctrica ofrece tres tarifas que tienen una parte fija y una parte proporcional al consumo:

- Tarifa A: 6,70 euros cantidad fija más 0,18 euros por kilovatio de consumo.
- Tarifa B: 9,60 euros cantidad fija más 0,13 euros por kilovatio de consumo.
- Tarifa C: 14 euros cantidad fija más 0,09 euros por kilovatio de consumo.

Se pide:

- a) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa B es mejor que la A?
- b) ¿A partir de que cantidad de consumo la tarifa C es mejor que la A?
- c) ¿A partir de que cantidad de consumo la tarifa C es mejor que todas?

Llamamos  $x$  al número de kilovatios de consumo e  $y$  a la cantidad facturada en euros.

Planteamos las ecuaciones de las distintas tarifas:

1. "Tarifa A: 6,70 euros cantidad fija más 0,18 euros por kilovatio de consumo"  
 $y_A = 6,70 + 0,18x$
2. "Tarifa B: 9,60 euros cantidad fija más 0,13 euros por kilovatio de consumo"  
 $y_B = 9,60 + 0,13x$
3. "Tarifa C: 14 euros cantidad fija más 0,09 euros por kilovatio de consumo"  
 $y_C = 14 + 0,09x$

Como el problema nos pide comparar estas tarifas para obtener un valor de kilovatios consumidos (la  $x$ ) a partir del cual una u otra tarifa es mejor, planteamos las siguientes inecuaciones:

a) ¿A partir de qué cantidad de consumo la tarifa B es mejor que la A?

Para que la tarifa B sea mejor que la tarifa A el precio que pagamos por ella ha de ser menor. Por ello, planteamos la inecuación con las  $y$  de cada tarifa. De ahí despejaremos en la inecuación y obtendremos una condición para el valor del consumo de kilovatios.

$$y_B < y_A \rightarrow 9,60 + 0,13x < 6,70 + 0,18x \rightarrow 2,90 < 0,05x \rightarrow x > \frac{2,90}{0,05} \rightarrow x > 58 \text{ kW}$$

**Luego la tarifa B será mejor que la tarifa A a partir de 58 kW de consumo.**

**b) ¿A partir de que cantidad de consumo la tarifa C es mejor que la A?**

Procedemos como en el apartado anterior. Para que la tarifa C sea mejor que la tarifa A el precio que pagamos por ella ha de ser menor. Por ello, planteamos la inecuación con las  $y$  de cada tarifa. De ahí despejaremos en la inecuación y obtendremos una condición para el valor del consumo de kilovatios.

$$y_C < y_A \rightarrow 14 + 0,09x < 6,70 + 0,18x \rightarrow 7,30 < 0,09x \rightarrow x > \frac{7,30}{0,09} \rightarrow \mathbf{x > 81,11 \text{ kW}}$$

**Luego la tarifa C será mejor que la tarifa A a partir de 81,11 kW de consumo.**

**c) ¿A partir de que cantidad de consumo la tarifa C es mejor que todas?**

En este caso tendría que comparar la tarifa C con las otras dos. La comparación con la tarifa A ya está hecha en el apartado anterior, luego solo nos resta compararla con la tarifa B.

$$y_C < y_B \rightarrow 14 + 0,09x < 9,60 + 0,13x \rightarrow 4,40 < 0,04x \rightarrow x > \frac{4,40}{0,04} \rightarrow \mathbf{x > 110 \text{ kW}}$$

Apreciando que el valor de 110 kW es mayor que el de 81,11 kW de la comparativa anterior, concluimos que **a partir de 110 kW la tarifa C es mejor que todas.**



**Pyro**



### EJERCICIO 3 (3 puntos)

- a) Divide el polinomio  $5x^4 - 14 + 5x + x^3$  entre  $x^2 - 3$  indicando el cociente y el resto. Aplica la regla de la división para comprobar que los cálculos del apartado anterior están bien realizados.

$$\text{Cociente} = 5x^2 + x + 15$$

$$\text{Resto} = 8x + 31$$

Regla de la división: (Cociente · Divisor) + Resto = Dividendo

$$(5x^2 + x + 15) \cdot (x - 5) = 5x^4 + x^3 - 3x - 45$$

$$(5x^4 + x^3 - 3x - 45) + (8x + 31) = 5x^4 + x^3 + 5x - 14$$

- b) Halla el valor de  $m$  para que la división  $(x^3 + mx^2 + 2x - 10) : (x - 5)$  sea exacta.

- b.1) Aplicando el teorema del resto.

Evalúo el polinomio  $p(x) = x^3 + mx^2 + 2x - 10$  sabiendo que debe dar 0 para que se cumpla el teorema del resto:

$$p(5) = 125 + 25m + 10 - 10 = 0 \rightarrow m = -5$$

- b.2) Aplicando la técnica de Ruffini.

|   |   |     |       |         |
|---|---|-----|-------|---------|
|   | 1 | m   | 2     | -10     |
|   |   | 5   | 5m+25 | 25m+135 |
| 5 | 1 | m+5 | 5m+27 | 25m+125 |

$$125 + 25m = 0 \rightarrow m = -5$$

Con ambos métodos da el mismo valor de  $m$ .