1º. PROBLEMA: Enunciado:

Calcula el valor de x para que 3 -i / 1+xi sea:

a) Imaginario puro
b) El número complejo 2 - 4i
c) El número complejo de módulo 1

Sea

$$z(x) = \frac{3-i}{1+x\,i}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

Para estudiar sus partes real / imaginaria y su módulo primero lo racionalizamos:

$$z(x) = \frac{3-i}{1+xi}\,\frac{1-xi}{1-xi} = \frac{(3-i)(1-xi)}{1+x^2} = \frac{(3-x)\;-\;(3x+1)\,i}{1+x^2}.$$

Por lo tanto

$$\boxed{\operatorname{Re} z(x) = \frac{3-x}{1+x^2}, \qquad \operatorname{Im} z(x) = -\frac{3x+1}{1+x^2}, \qquad |z(x)| = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{1+x^2}}}.$$

a) $z(x)$ imaginario puro

Necesitamos $\operatorname{Re} z(x) = 0$:

$$3 - x = 0 \implies x = 3.$$

Comprobación

$$z(3) = \frac{3-i}{1+3i} = \frac{(-10)i}{10} = -i,$$

pura imaginaria, distinto de 0.

$$\boxed{x = 3}$$

b) $z(x) = 2 - 4i$

Igualamos numerador y denominador:

$$\frac{3-i}{1+xi} = 2 - 4i \implies 3 - i = (2-4i)(1+xi).$$

Desarrollando el producto:

$$(2-4i)(1+xi) = (2+4x) + i(2x-4).$$

Igualando partes real e imaginaria:

$$\begin{cases} 2+4x = 3 \\ 2x - 4 = -1 \end{cases} \implies \begin{cases} 4x = 1 & \Rightarrow x = \dfrac{1}{4} \\ 2x = 3 & \Rightarrow x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Las dos ecuaciones son incompatibles para $x \in \mathbb{R}$.

Por tanto **no existe valor real de** x que haga $z(x) = 2 - 4i$.

(Si se permitiese x complejo, la solución sería $x = \frac{1}{2} + \frac{i}{2}$.)

---

c) $|z(x)| = 1$

$$|z(x)| = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{1+x^2}} = 1 \implies 1 + x^2 = 10 \implies x^2 = 9 \implies x = \pm 3.$$

$$\boxed{x = 3 \text{ o } x = -3}$$

(Para $x = 3$ recuperamos el caso del apartado a; para $x = -3$,
$z(-3) = \dfrac{3-i}{1-3i} = \dfrac{-10i}{10} = i$, también de módulo 1.)

Resumen

Condición sobre $z(x) = \dfrac{3-i}{1+xi}$	**Valores de x (reales)**
a) Imaginario puro	$x = 3$
b) $z(x) = 2 - 4i$	*Sin solución real*
c) Módulo 1	$x = \pm 3$

2º. PROBLEMA: Enunciado:

Halla el valor de x para que Z = x + (√3/2) * i cumpla que su cuadrado sea igual a su conjugado.

Sea

$$Z = x + \frac{\sqrt{3}}{2}\, i, \qquad x \in \mathbb{R}$$

y pedimos que

$$Z^2 \;=\; \overline{Z}.$$

1. Expresiones de Z^2 y del conjugado

- Conjugado: $\overline{Z} = x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i.$
- Cuadrado de Z:

$$Z^2 = \left(x + \tfrac{\sqrt{3}}{2}\, i\right)^2 = x^2 - \frac{3}{4} + 2x\left(\tfrac{\sqrt{3}}{2}\right)i = \left(x^2 - \frac{3}{4}\right) \;+\; \sqrt{3}\, x\, i.$$

---

2. Igualamos parte real e imaginaria

$$\boxed{x^2 - \frac{3}{4} \;=\; x} \qquad \text{(parte real)}$$

$$\boxed{\sqrt{3}\, x \;=\; -\frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \text{(parte imaginaria)}$$

3. Resolución del sistema

De la parte imaginaria (como $\sqrt{3} \neq 0$):

$$\sqrt{3}\, x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Longrightarrow \quad x = -\frac{1}{2}.$$

Comprobamos en la ecuación real:

$$x^2 - \frac{3}{4} = (-\tfrac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} = x.$$

La igualdad se verifica, por lo que el valor hallado es correcto.

4. Solución y verificación directa

$$\boxed{x = -\frac{1}{2}}.$$

Verifiquemos rápidamente:

$$Z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\, i \;=\; \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}\, i) \quad \Longrightarrow \quad Z^2 = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{3}\, i)^2 = \frac{1}{4}(-1 - \sqrt{3}\, i) = \overline{Z}.$$

Resultado

Para que $Z = x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\, i$ cumpla $Z^2 = \overline{Z}$, el único valor real posible es

$$\boxed{x = -\frac{1}{2}}.$$

3º. PROBLEMA: Enunciado:

En dos botellas de agua se distribuyen 10 Litros a partes desiguales. La botella B se llenaría si se le añade la mitad de agua de A. La botella A se llenaría si se vertiera los 2/3 de agua contenida en B.
Sabiendo que A y B tienen la misma capacidad, se desea saber el agua contenida en cada botella.

Paso 1 — Plantear las incógnitas

- a: litros que contiene inicialmente la botella **A**.
- b: litros que contiene inicialmente la botella **B**.
- C: capacidad (en litros) de **cada** botella.

Sabemos que $a, b, C > 0$ y, como se reparten 10 L en total,

$$\boxed{a + b = 10}.$$

Paso 2 — Traducir las dos condiciones

Condición del enunciado	Ecuación algebraica
B se llenaría si se le añade la **mitad** del agua que hay en **A**	$b + \frac{1}{2}a = C$
A se llenaría si se le vierte los $\frac{2}{3}$ del agua que hay en **B**	$a + \frac{2}{3}b = C$

Paso 3 — Igualar las dos expresiones de C

De (2) y (3):

$$b + \frac{1}{2}a \;=\; a + \frac{2}{3}b.$$

Llevando todo a un mismo lado y agrupando:

$$b - \frac{2}{3}b = a - \frac{1}{2}a \quad\Longrightarrow\quad \frac{1}{3}b = \frac{1}{2}a.$$

Multiplicamos por 6 para eliminar fracciones:

$$2\,b = 3\,a \quad\Longrightarrow\quad \boxed{b = \tfrac{3}{2}\,a}.$$

Paso 4 — Usar la suma total de 10 L

Sustituimos (4) en (1):

$$a + \frac{3}{2}a = 10 \quad\Longrightarrow\quad \frac{5}{2}a = 10 \quad\Longrightarrow\quad a = 4.$$

Con (4):

$$b = \frac{3}{2}(4) = 6.$$

Paso 5 — Calcular la capacidad C

Por ejemplo con (2):

$$C = b + \tfrac{1}{2}\,a = 6 + 2 = 8.$$

(Comprobamos con (3): $a + \frac{2}{3}\,b = 4 + 4 = 8$; coincide.)

42. PROBLEMA: Enunciado:

a) Calcula a y b para que A(x) = $x^3 + 6x^2$ + ax + b sea divisible por x2 - 4

b) Calcula el resto de dividir C(x) = x^2 - √2 + 1/2 por x + (1/√2)

Sea $A(x) = x^3 + 6x^2 + ax + b$ y $C(x) = x^2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}$.

a) Elegir a y b para que $A(x)$ sea divisible por $x^2 - 4$

> **Idea clave**
> Un polinomio es divisible por otro si todos los ceros del divisor son también ceros del dividendo. Como
>
> $$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$
>
> tiene raíces $x = 2$ y $x = -2$, impongamos $A(2) = 0$ y $A(-2) = 0$.

Sustitución	Cálculo	Ecuación
$x = 2$	$A(2) = 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 2a + b = 8 + 24 + 2a + b$	$32 + 2a + b = 0$
$x = -2$	$A(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 - 2a + b = -8 + 24 - 2a + b$	$16 - 2a + b = 0$

$$\begin{cases} 32 + 2a + b = 0 \\ 16 - 2a + b = 0 \end{cases} \quad \downarrow \quad \begin{cases} 2a + b = -32 \\ -2a + b = -16 \end{cases}$$

Sumamos término a término:

$$(2a + b) + (-2a + b) = -32 - 16 \implies 2b = -48 \implies \boxed{b = -24}.$$

Sustituyendo $b = -24$ en la primera ecuación:

$$2a - 24 = -32 \implies 2a = -8 \implies \boxed{a = -4}.$$

> **Comprobación rápida**
>
> $$A(x) = x^3 + 6x^2 - 4x - 24 = (x^2 - 4)(x + 6),$$
>
> por lo que el residuo es exactamente 0.

b) Resto de dividir $C(x) = x^2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2}$ entre $x + \frac{1}{\sqrt{2}}$

Recordemos el **teorema del resto**: al dividir $P(x)$ entre $x - k$ el resto es $P(k)$.
Aquí el divisor es $x + \dfrac{1}{\sqrt{2}} = x - (-\frac{1}{\sqrt{2}})$, luego
$k = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

$$C(-\tfrac{1}{\sqrt{2}}) = \left(-\tfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \sqrt{2} + \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2} - \sqrt{2} + \tfrac{1}{2} = 1 - \sqrt{2}.$$

$$\boxed{\text{Resto} = 1 - \sqrt{2}}.$$

Resultados finales

a) Para que $A(x)$ sea divisible por $x^2 - 4$:

$$\boxed{a = -4,\ b = -24}.$$

b) El resto de $\dfrac{C(x)}{x + \frac{1}{\sqrt{2}}}$ es

$$\boxed{1 - \sqrt{2}}.$$

6º. PROBLEMA: Enunciado:

¿Cuales son las dimensiones de la piscina si la diferencia entre el jardín y la piscina es de $135m^2$?
Teniendo en cuenta que $2x^4 - 3x^2 = 135$

5º. PROBLEMA: Enunciado:

Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6.384 €, el precio original era de 12 € pero también ha vendido copias defectuosas con descuentos del 30% y del 40%.
Sabiendo que el numero de copias defectuosas vendidas fue la mitad que de copias vendidas en buen estado. ¿ A cuantas copias se le aplicó el 30% de descuento?

1. Definir incógnitas

Símbolo	Significado	Precio unitario
g	copias en buen estado	12 €
d_{30}	copias defectuosas al 30 %	8,40 €
d_{40}	copias defectuosas al 40 %	7,20 €

2. Ecuaciones del problema

1. **Total de copias**

$$g + d_{30} + d_{40} = 600. \tag{1}$$

2. **Relación entre buenas y defectuosas**

$$d_{30} + d_{40} = \tfrac{1}{2}\, g. \tag{2}$$

3. **Recaudación total**

$$12g + 8{,}4\, d_{30} + 7{,}2\, d_{40} = 6\,384. \tag{3}$$

3. Reducir a dos incógnitas

De (2): $g = 2(d_{30} + d_{40})$.

Sustituimos en (1):

$$2(d_{30} + d_{40}) + d_{30} + d_{40} = 600 \quad\Longrightarrow\quad 3(d_{30} + d_{40}) = 600 \quad\Longrightarrow\quad d_{30} + d_{40} = 200, \quad g = 400.$$

4. Usar la ecuación de ingresos

De (3) con $g = 400$:

$$12\,(400) + 8{,}4\,d_{30} + 7{,}2\,d_{40} = 6\,384 \Longrightarrow 4\,800 + 8{,}4\,d_{30} + 7{,}2\,d_{40} = 6\,384 \Longrightarrow 8{,}4\,d_{30} + 7{,}2\,d_{40} = 1\,584. \quad (4)$$

Pero $d_{40} = 200 - d_{30}$. Sustituyendo en (4):

$$8{,}4\,d_{30} + 7{,}2\,(200 - d_{30}) = 1\,584 \Longrightarrow 8{,}4\,d_{30} + 1\,440 - 7{,}2\,d_{30} = 1\,584 \Longrightarrow 1{,}2\,d_{30} = 144 \Longrightarrow \boxed{d_{30} = 120}.$$

5. Verificación rápida

- $d_{40} = 200 - 120 = 80.$
- Total de copias: $400 + 120 + 80 = 600.$
- Total de ingresos: $12 \cdot 400 + 8,4 \cdot 120 + 7,2 \cdot 80 = 4800 + 1008 + 576 = 6384€.$ ✔

Respuesta

Se vendieron 120 copias con el 30 % de descuento.

7º. PROBLEMA: Enunciado:

En una ciudad el 35% de los habitantes vota a Podemos, el 45% a Vox y el 20% se abstiene. Se sabe además que el 20% de los votantes de Podemos, el 30% de los de Vox y el 15% de los que se abstienen son mayores de 60 años.
Si elegimos una persona al azar:

a) Cual es la probabilidad de que sea mayor de 60 años

b) Si es menor de 60 años, que probabilidad hay de que haya votado a Vox

Paso 1 · Datos del enunciado

Grupo	P(grupo)	P(mayor 60 | grupo)	P(menor 60 | grupo)
Podemos	0,35	0,20	0,80
Vox	0,45	0,30	0,70
Abstiene	0,20	0,15	0,85

Paso 2 · Probabilidad de que una persona sea mayor de 60 años

$$\begin{aligned} P(\geq 60) &= P(P)\,P(\geq 60|P) + P(V)\,P(\geq 60|V) + P(A)\,P(\geq 60|A) \\ &= 0{,}35 \cdot 0{,}20 \;+\; 0{,}45 \cdot 0{,}30 \;+\; 0{,}20 \cdot 0{,}15 \\ &= 0{,}07 \;+\; 0{,}135 \;+\; 0{,}03 \;=\; \boxed{0{,}235} \;\; (23,5\%). \end{aligned}$$

Paso 3 · Probabilidad de que haya votado a Vox sabiendo que es menor de 60 años

Primero
$P(< 60) = 1 - P(\geq 60) = 1 - 0,235 = 0,765.$

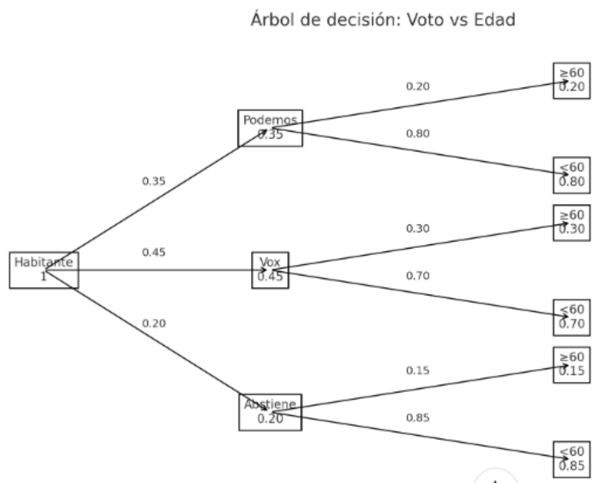
Ahora

$$P(V \text{ y } < 60) = P(V)\,P(< 60|V) = 0,45 \cdot 0,70 = 0,315.$$

Usamos Bayes:

$$P(V \mid < 60) = \frac{P(V \text{ y } < 60)}{P(< 60)} = \frac{0,315}{0,765} \approx \boxed{0{,}412}\,(41,2\%).$$

Árbol De Decisión: Voto Vs Edad



Resultados

Pregunta	Probabilidad
a) Que sea **mayor de 60 años**	**0,235** (23,5 %)
b) Que **haya votado a Vox** dado que es **menor de 60 años**	≈ **0,412** (41,2 %)

8º. PROBLEMA: Enunciado:

Se consideran los puntos A(0,1), B(4,9) y C(-4,K)

a) Calcula las coordenandas de un punto P que divida al segmento AB en dos partes tales que $\vec{AP} = 1/3\ \vec{PB}$

b) Determina K para que el punto C sea simétrico de B respecto de A. P(x,y)

$P = (x, y)$

ⓐ $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{PB}$

$\vec{AP} = P - A = (x, y) - (0, 1) = (x - 0, y - 1)$

$\vec{PB} = B - P = (4, 9) - (x, y) = (4 - x, 9 - y)$

$\Rightarrow (x, y - 1) = \frac{1}{3}(4 - x, 9 - y)$

$(x, \boxed{y - 1}) = \left(\frac{4 - x}{3}, \boxed{\frac{9 - y}{3}}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 - x}{3}; \quad 3x = 4 - x \\ \qquad 4x = 4; \boxed{x = 1} \\ y - 1 = \frac{9 - y}{3}; \quad 3y - 3 = 9 - y \\ \qquad 4y = 12; \boxed{y = 3} \end{cases}$

ⓑ $\vec{CA} = \vec{AB}$

$\vec{CA} = A - C = (0, 1) - (-4, K) = (4, 1 - K)$

$\vec{AB} = B - A = (4, 9) - (0, 1) = (4, 8)$

$\begin{cases} (4, 1 - K) = (4, 8) \\ 4 = 4 \end{cases}$

$1 - K = 8 \Rightarrow \boxed{K = -7}$

9º. PROBLEMA: Enunciado:

Se utilizan tres productos C1, C2 y C3. La primera comida se elabora con una unidad de A, dos de B y dos de C, la segunda con dos de A, una de B y una de C y la tercera con dos de A, uno de B y dos de C. El precio de venta es de 4,8€ para la primera comida, 4,1€ para la segunda y 4,9€ para la tercera.

Si el beneficio es de 1,6€ en cada una ¿cuanto cuesta cada unidad de A, B y C?

Comida	Ingredientes utilizados	Precio de venta (€)	Beneficio (€)	Coste real de ingredientes (€)
1.ª	$1\,A + 2\,B + 2\,C$	4,8	1,6	$4,8 - 1,6 = 3,2$
2.ª	$2\,A + 1\,B + 1\,C$	4,1	1,6	$4,1 - 1,6 = 2,5$
3.ª	$2\,A + 1\,B + 2\,C$	4,9	1,6	$4,9 - 1,6 = 3,3$

1. Formar el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a + 2b + 2c = 3,2 \\ 2a + b + c = 2,5 \\ 2a + b + 2c = 3,3 \end{cases}$$

Cada línea expresa “coste de los ingredientes = coste real” para una de las comidas.

2. Resolver paso a paso

Paso 1: restar la segunda de la tercera ecuación para aislar c:

$$(2a + b + 2c) - (2a + b + c) = 3,3 - 2,5 \implies c = 0,8.$$

Paso 2: sustituir $c = 0,8$ en la segunda ecuación:

$$2a + b + 0,8 = 2,5 \implies 2a + b = 1,7 \implies b = 1,7 - 2a.$$

Paso 3: introducir esta expresión de b (y $c = 0,8$) en la primera ecuación:

$$a + 2(1,7 - 2a) + 2(0,8) = 3,2$$

$$a + 3,4 - 4a + 1,6 = 3,2$$

$$-3a + 5,0 = 3,2 \implies -3a = -1,8 \implies a = 0,6.$$

Paso 4: hallar b:

$$b = 1,7 - 2(0,6) = 1,7 - 1,2 = 0,5.$$

---

3. Resultado y comprobación

Ingrediente	Coste unitario (€)
A	**0,60**
B	**0,50**
C	**0,80**

Comprobación rápida con la 1.ª comida:

$$0,6 + 2\cdot 0,5 + 2\cdot 0,8 = 0,6 + 1,0 + 1,6 = 3,2\ € \checkmark$$

10º. PROBLEMA: Enunciado:

En un taller de chapa y pintura se precisan de al menos 5 operarios y deben contratar a menos de 10 operarios. Para chapa se precisan un mínimo de 3 y no se pueden contratar a más de 5 de los que se contraten en pintura.

a) Representa gráficamente el recuento de opciones que plantea el enunciado

b) Si el numero de operarios de C y P fueran iguales qué opciones de contratación pueden hacerse

Restricciones del enunciado

1. Total: “al menos 5 y menos de 10”

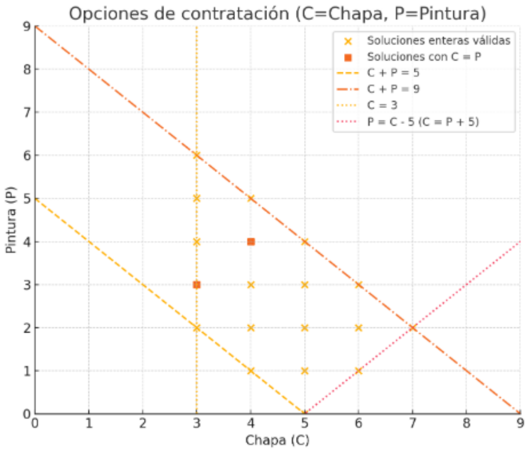
$$5 \leq C + P \leq 9$$

2. Chapa: “mínimo 3”

$$C \geq 3$$

3. Relación entre áreas: “en chapa no se pueden contratar **más de 5** que en pintura”

$$C \leq P + 5 \quad (\text{o bien } P \geq C - 5)$$



a) Representación gráfica

Vamos a modelar con variables enteras:

- C: número de operarios de **Chapa** (eje X).
- P: número de operarios de **Pintura** (eje Y).

En la gráfica se marcan **todos los puntos enteros** (C, P) que cumplen las restricciones, además de las rectas/fronteras que acotan la región factible ($C + P = 5$, $C + P = 9$, $C = 3$ y $P = C - 5$).

b) Caso $C = P$

Si ambos departamentos tuvieran el **mismo** número de operarios ($C = P$), entonces:

- Del total: $5 \leq C + P = 2C \leq 9 \Rightarrow C \in \{3, 4\}$.
- La restricción $C \leq P + 5$ se cumple automáticamente al ser $C = P$.
- $C \geq 3$ también se cumple con esos valores.

Opciones posibles con $C = P$:

- $(C, P) = (3, 3)$ → total 6.
- $(C, P) = (4, 4)$ → total 8.

Resumen paso a paso

1. Traducción a inecuaciones:
   $5 \leq C + P \leq 9,\ C \geq 3,\ C \leq P + 5,\ C, P \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.
2. Dibujo de fronteras:
   - Semiplano por debajo de $C + P = 9$ y por encima de $C + P = 5$.
   - A la derecha de $C = 3$.
   - Por encima de $P = C - 5$.
3. Intersección de todas las regiones y **lattice** de puntos enteros → opciones factibles (los puntos de la gráfica).
4. Intersección adicional con la diagonal $C = P$ → $(3, 3)$ y $(4, 4)$.

11º. PROBLEMA: Enunciado:

a) Divide el polinomio $P(x) = 5x^4 - 14 + 5x + x^3$ entre $x^2 - 3$ indicando el cociente y el resto. Haz comprobación

b) Hallar m para que la división $x^3 + mx^2 + 2x - 10$ entre x-5 sea exacta, explicando:

i) Teorema del resto

ii) Ruffini

$$
\begin{array}{l|l}
5x^4 + x^3 + 0 + 5x - 14 & x^2 - 3 \rightarrow \text{Divisor} \\
\hline
-5x^4 \quad + 15x^2 & 5x^2 + x + 15 \rightarrow \text{Cociente} \\
0 \quad x^3 + 15x^2 + 5x & \\
\quad -x^3 + 0 + 3x & \\
\quad 0 \quad 15x^2 + 8x - 14 & \\
\quad \quad -15x^2 + 0 + 45 & \\
\quad \quad 0 \quad 8x + 31 \rightarrow \text{Resto} &
\end{array}
$$

Comprobación

$D \cdot C + R$

$(x^2-3)(5x^2+x+15) + 8x + 31 =$

$= 5x^4 + x^3 + \cancel{15x^2} - \cancel{15x^2} - 3x - 45 + 8x + 31$

$\boxed{= 5x^4 + x^3 + 5x - 14}$

b)₁ Teorema del Resto $\quad P(5) = 0$

$P(5) = 5^3 + m(5)^2 + 2(5) - 10 = 0$

$125 + 25m + \cancel{10} - \cancel{10} = 0$

$125 = -25m$

$m = \dfrac{125}{-25} = \boxed{-5}$

$125 \,|\, 25$
$00 \quad 5$

b)₂ Ruffini

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & m & 2 & -10 \\
5 & & 5 & 25+5m & 135+25m \\
\hline
 & 1 & 5+m & 27+5m & 125+25m = 0
\end{array}
$$

$5(5+m) = 25+5m$

$25m = -125$

$\boxed{m = -5}$

a) División de

$$P(x) = 5x^4 + x^3 + 5x - 14 \quad \text{entre} \quad D(x) = x^2 - 3$$

1. División polinómica paso a paso

Paso	División	Producto	Resta (nuevo residuo)
1	$5x^4 \div x^2 = 5x^2$	$5x^2(x^2-3) = 5x^4 - 15x^2$	$x^3 + 15x^2 + 5x - 14$
2	$x^3 \div x^2 = x$	$x(x^2-3) = x^3 - 3x$	$15x^2 + 8x - 14$
3	$15x^2 \div x^2 = 15$	$15(x^2-3) = 15x^2 - 45$	$8x + 31$

El residuo $8x + 31$ tiene grado < 2 ⇒ ya no podemos seguir.

$$\boxed{\begin{gathered}\text{Cociente } Q(x) = 5x^2 + x + 15, \\ \text{Resto } R(x) = 8x + 31.\end{gathered}}$$

2. Comprobación

$$\begin{aligned}(x^2-3)(5x^2+x+15) + (8x+31) &= 5x^4 + x^3 + 15x^2 - 15x^2 - 3x - 45 + 8x + 31 \\ &= 5x^4 + x^3 + 5x - 14 = P(x).\end{aligned}$$

La igualdad confirma que la división es correcta.

b) Encontrar m para que

$$\frac{x^3 + mx^2 + 2x - 10}{x - 5}$$

sea exacta (resto cero)

i) Teorema del resto

Dividir entre $x - 5$ ⇒ el resto es $P(5)$. Pedimos $P(5) = 0$:

$$P(5) = 5^3 + m\,5^2 + 2\cdot 5 - 10 = 125 + 25m + 10 - 10 = 125 + 25m = 0 \implies m = -5.$$

ii) Método de Ruffini

Coeficientes $\{1,\ m,\ 2,\ -10\}$ divididos por 5:

```lua

     1    m     2    -10
   |          5    5m   5m+25
   ----------------------
     1   m+5   2+5m   (5m+25)
```

Para que el último término (resto) sea 0: $5m + 25 = 0 \Rightarrow m = -5$.

Los otros términos serían entonces $1,\ 0,\ -23$, que forman el cociente si se necesitara.

$$\boxed{m = -5}$$