

TEMA 4

## Problemas de Ecuaciones con Enunciados

### Frases típicas en los enunciados

Hallar un número	$x$	
Dados dos números	$x, y$	
Dados dos números consecutivos	$x, x + 1$	
Tres números consecutivos	$x, x + 1, x + 2$	ó $x - 1, x, x + 1$
Dos números pares consecutivos	$2x, 2x + 2$	
Tres números pares consecutivos	$2x, 2x + 2, 2x + 4$	ó $2x - 2, 2x, 2x + 2$
Dos números impares consecutivos	$2x + 1, 2x + 3$	
Tres números impares consecutivos	$2x + 1, 2x + 3, 2x + 5$	ó $2x - 1, 2x + 1, 2x + 3$
Dos números, uno triplo del otro	$x, 3x$	
Dos números, uno que excede a otro en 10	$x, x + 10$	
Dos números que difieren en 10.	$x, x + 10$	
Dos números, uno quinta parte de otro	$x, 5x$	ó $x, x/5$
Dos números cuyo cociente es 4	$x, 4x$	
Dos números cuya suma es 20	$x, 20 - x$	
Un número y su cuadrado	$x, x^2$	
Dos números cuya razón es 3 y 4	$3x, 4x$	
Tres n <sup>os</sup> inversamente proporcionales a 4, 3, 2	$x/4, x/3, x/2$	
Un número de dos cifras	$10x + y$	
Un número de tres cifras	$100x + 10y + z$	
La suma de dos números es 10	$x + y = 10$	
La diferencia de dos números es 10	$x - y = 10$	
El producto de dos números es 10	$xy = 10$	
El cociente de dos números es 10	$x/y = 10$	
La suma de los cuadrados de dos números es 100	$x^2 + y^2 = 100$	
La diferencia de los cuadrados de dos números es 100	$x^2 - y^2 = 100$	

Oposición Consorcio de Extinción de incendios y Salvamento de la Región de Murcia (Matemáticas)

La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 10	$x^2 + y^2 = 100$
La suma de dos números consecutivos es 20	$x + (x + 1) = 20$
La suma de tres números consecutivos es 30	$x + (x + 1) + (x + 2) = 30$
La suma de dos números impares consecutivos es 32	$(2x+1)+(2x + 3) = 32$
La suma de dos números pares consecutivos es 60	$(2x) + (2x + 2) = 60$
La suma de tres múltiplos de 3 consecutivos es 99	$(3x)+(3x+3) + (3x+6) = 99$
La suma de dos números proporcionales a 3 y a 4 es 35	$4x + 3x = 35$
La suma de tres números proporcionales a 4, 3 y 2 es 45	$4x + 3x + 2x = 45$

### Problemas sobre edades

En estos problemas hay que considerar tres tiempos: **presente**, **pasado** y **futuro**. Las relaciones entre los datos y las incógnitas se refieren siempre a éstos. Esquemáticamente:

PASADO	PRESENTE	FUTURO
Hace t años	Hoy	Dentro de t años
x-t	x	x+t
y-t	y	y+t
z-t	z	z+t

### Ejemplo

La suma de las edades de un padre y sus dos hijos son 73 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el duplo de la edad del hijo menor. Hace 12 años la edad del hijo mayor era el doble de la edad de su hermano. Hallar la edad de cada uno.

Teniendo en cuenta el esquema, podemos poner:

PASADO	PRESENTE	FUTURO
Hace 12 años	Hoy	Dentro de 10 años
x-12	Padre: x	x+10
y-12	Hijo mayor: y	y+10
z-12	Hijo menor: z	z+10

### Problemas sobre números

1. Hallar dos números cuya suma es 78 y su producto 1 296.
2. Hallar dos números cuya suma es 14 y la suma de sus cuadrados 100.
3. En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y gallinas
4. El cociente de una división es 3 y el resto 5. Si el divisor disminuye en 2 unidades, el cociente aumenta en una unidad y el resto nuevo es 1. Hallar el dividendo.
5. Dividir 473 en dos partes de modo que al dividir la mayor por la menor se obtenga 7 de cociente y 9 de resto.
6. Descomponer el número 4371 en tres sumandos inversamente proporcionales a los números 3, 4 y 5.
7. En una proporción el producto de los medios vale 96 y la suma de los mismos, 20. Hallar los 4 términos de la proporción sabiendo que los extremos de la misma suman 35.
8. En una reunión de chicos y chicas, el número de éstas excede en 26 al de aquéllos. Después de haber salido 15 chicos y 15 chicas, quedan triple de éstas que de aquéllos. Hallar el número de chicos y chicas que había en la reunión.
9. Hallar un número de dos cifras igual al triple del producto de ellas, sabiendo que la diferencia entre las cifras de las unidades y las decenas es 4
10. La suma de dos números es 18 y la suma de sus inversos  $9/40$ . Hallar los números.
11. Las tres cifras de un número suman 18. Si de ese número se le resta el que resulta orden de sus cifras, se obtiene 594; la cifra de las decenas es media aritmética dos. Hallar dicho número.

### Problemas sobre edades

12. Un padre tiene 39 años y su hijo 15. ¿Cuántos años hace que la edad del padre era triple de la edad del hijo?
13. Hace 18 años la edad de una persona era el doble de la de otra: dentro de 9 años la edad de la primera será solamente los  $5/4$  de la de la segunda. Hallar las edades.

Oposición Consorcio de Extinción de incendios y Salvamento de la Región de Murcia (Matemáticas)

Con esta información, el planteamiento del problema es inmediato.

Hoy:  $x + y + z = 73$

Dentro 10 años:  $x + 10 = 2(z + 10)$

Hace 12 años:  $y - 12 = 2(z - 12)$

Resolviendo el sistema se tiene: Edad del padre:  $x = 40$

Edad del hijo mayor:  $y = 18$

Edad del hijo menor:  $z = 15$



14. La edad de un niño será dentro de 3 años un cuadrado perfecto, y hace 3 años su edad era precisamente la raíz cuadrada de este cuadrado. Hallar los años que tiene.
15. Hallar las edades de un abuelo, un padre y un hijo sabiendo que en la actualidad la edad del abuelo es doble de la edad del padre, la de éste doble de la del hijo, y que hace un año sus edades sumaban 137 años.
16. Una señora tiene 70 años y su hijo 30. ¿Cuántos años hace que la madre tenía tres veces la edad del hijo?
17. Las tres cuartas partes de la edad de una persona A exceden en 15 años a la de B. Hace 4 años la edad de A era el doble de la de B. Hallar la edad de cada una.
18. Las edades de tres niños sumadas dos a dos de 6, 8 y 12, respectivamente. Hallar las edades.
19. Un padre dice a su hijo: hoy tu edad es  $\frac{1}{5}$  de la mía, y hace 5 años no era más que  $\frac{1}{9}$ . Hallar las edades.
20. Una madre y sus dos hijos tienen en conjunto 60 años: hallar la edad de cada uno sabiendo que el hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y que la madre tiene el doble de la suma de las edades de sus hijos.
21. Preguntada una persona por su edad, contestó: «Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy». Hallar la edad de dicha persona.
22. Preguntado un padre por la edad de su hijo, contesta: «Si del doble de los años que tiene se le quitan el triple de los que tenía hace 6 años se tendrá su edad actual». Hallar la edad del hijo.

# SOLUCIONES

## Problemas sobre números

### 1) Suma 78, producto 1296

Sea  $x$  y  $y$ :

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ xy = 1296 \end{cases} \Rightarrow t^2 - 78t + 1296 = 0$$

$$\Delta = 78^2 - 4 \cdot 1296 = 900 \Rightarrow t = \frac{78 \pm 30}{2} \Rightarrow 54, 24.$$

Números:  $\boxed{54 \text{ y } 24}$ .

---

### 2) Suma 14 y suma de cuadrados 100

$$x + y = 14, \quad x^2 + y^2 = 100.$$

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow 196 = 100 + 2xy \Rightarrow xy = 48.$$

$$t^2 - 14t + 48 = 0 \Rightarrow t = \frac{14 \pm 2}{2} = 8, 6.$$

Números:  $\boxed{8 \text{ y } 6}$ .

---

### 3) 61 cabezas y 196 patas (conejos y gallinas)

$$\begin{cases} r + g = 61 \\ 4r + 2g = 196 \end{cases} \Rightarrow r = 37, g = 24.$$

Conejos:  $\boxed{37}$ . Gallinas:  $\boxed{24}$ .

---

### 4) División: cociente 3, resto 5; cambiando el divisor...

Sea  $d$  el divisor y  $D$  el dividendo.

$$D = 3d + 5 = (d - 2) \cdot 4 + 1.$$

$$3d + 5 = 4d - 7 \Rightarrow d = 12, \quad D = 3 \cdot 12 + 5 = \boxed{41}.$$

---

### 5) Partir 473 en dos partes $A > B$ con $A = 7B + 9$

$$A + B = 473, \quad A = 7B + 9 \Rightarrow 8B = 464 \Rightarrow B = 58, \quad A = 415.$$

Partes:  $\boxed{415 \text{ y } 58}$ .

6) 4371 en tres sumandos inversamente proporcionales a 3,4,5

Sean  $x = \frac{k}{3}$ ,  $y = \frac{k}{4}$ ,  $z = \frac{k}{5}$ .

$$k \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = 4371 \Rightarrow k \cdot \frac{47}{60} = 4371 \Rightarrow k = 5580.$$

$$x = 1860, y = 1395, z = 1116.$$

Sumandos:  $\boxed{1860, 1395, 1116}$ .

---

7) Proporción: producto de medios = 96, suma de medios = 20; extremos suman 35

Medios  $m, n$ :

$$m + n = 20, mn = 96 \Rightarrow m = 12, n = 8.$$

Extremos  $a, d$ :  $ad = mn = 96$ ,  $a + d = 35 \Rightarrow a = 32, d = 3$ .

Proporción:  $\boxed{32 : 12 = 8 : 3}$ .

---

8) Chicas y chicos

Sea  $c = g + 26$ . Tras salir 15 de cada:  $c - 15 = 3(g - 15)$ .

$$g + 26 - 15 = 3g - 45 \Rightarrow g = 28, c = 54.$$

Chicos:  $\boxed{28}$ , Chicas:  $\boxed{54}$ .

---

9) Número de dos cifras  $10t + u = 3tu$  y  $u - t = 4$

$$u = t + 4 \Rightarrow 11t + 4 = 3t(t + 4) \Rightarrow 3t^2 + t - 4 = 0 \Rightarrow t = 1, u = 5.$$

Número:  $\boxed{15}$ .

---

10) Suma 18 y  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{40}$

$$x + y = 18, \quad \frac{x + y}{xy} = \frac{9}{40} \Rightarrow xy = 80.$$

$$t^2 - 18t + 80 = 0 \Rightarrow t = 10, 8.$$

Números:  $\boxed{10 \text{ y } 8}$ .

11) Número de tres cifras  $abc$

$$a + b + c = 18, \quad 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 594,$$

$$99(a - c) = 594 \Rightarrow a - c = 6.$$

"La cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos":

$$b = \frac{a + c}{2}.$$

De  $a - c = 6 \Rightarrow c = a - 6, b = a - 3$ .

$$a + (a - 3) + (a - 6) = 18 \Rightarrow a = 9, b = 6, c = 3.$$

Número:  $\boxed{963}$ .

---

Problemas sobre edades

12) Padre 39, hijo 15. ¿Hace cuántos años el padre tenía el triple?

$$39 - t = 3(15 - t) \Rightarrow t = 3.$$

Hace  $\boxed{3}$  años.

13) Hace 18 años  $x - 18 = 2(y - 18)$ ; dentro de 9 años  $x + 9 = \frac{5}{4}(y + 9)$

$$x = 2y - 18, \quad 4x - 5y = 9 \Rightarrow y = 27, x = 36.$$

Edades actuales:  $\boxed{36 \text{ y } 27}$ .

---

14) En 3 años será un cuadrado perfecto, hace 3 años era su raíz

$$x + 3 = n^2, \quad x - 3 = n \Rightarrow n + 6 = n^2 \Rightarrow n = 3, x = 6.$$

Edad:  $\boxed{6}$  años.

---

15) Abuelo, padre, hijo:  $G = 2F, F = 2S$ . Hace 1 año sumaban 137.

$$(G - 1) + (F - 1) + (S - 1) = 137 \Rightarrow G + F + S = 140.$$

$$4S + 2S + S = 7S = 140 \Rightarrow S = 20, F = 40, G = 80.$$

Edades:  $\boxed{80, 40, 20}$ .

---

16) Madre 70, hijo 30. ¿Hace cuántos años la madre tenía triple?

$$70 - t = 3(30 - t) \Rightarrow t = 10.$$

Hace  $\boxed{10}$  años.



$$17) \frac{3}{4}A = B + 15 \text{ y } A - 4 = 2(B - 4)$$

De la primera  $B = \frac{3}{4}A - 15$ . Sustituyendo:

$$A - 4 = \frac{3}{2}A - 38 \Rightarrow A = 68, B = 36.$$

Edades:  $A = 68, B = 36$ .

---

$$18) \text{ Sumas dos a dos: } x + y = 6, x + z = 8, y + z = 12$$

$$x = 1, y = 5, z = 7.$$

Edades:  $1, 5, 7$ .

---

$$19) \text{ Hoy: } s = \frac{1}{5}f. \text{ Hace 5 años: } s - 5 = \frac{1}{9}(f - 5).$$

$$\frac{f}{5} - 5 = \frac{f - 5}{9} \Rightarrow f = 50, s = 10.$$

Edades:  $\text{Padre} = 50, \text{hijo} = 10$ .

---

20) Madre  $M$ , hijos  $H_1, H_2$ .

Total 60,  $H_1 = 3H_2, M = 2(H_1 + H_2)$ .

$$M = 8H_2, 8H_2 + 3H_2 + H_2 = 12H_2 = 60 \Rightarrow H_2 = 5.$$

$$H_1 = 15, M = 40.$$

Edades:  $40, 15, 5$ .

---

$$21) \text{ «}(x - 5)(x + 5) + 25 = x^2\text{»}$$

$$(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25 \Rightarrow x^2 - 25 + 25 = x^2.$$

La igualdad se cumple para cualquier edad  $x$  (no determina un valor único).

---

22) «Del doble de los años que tiene, si se quita el triple de los que tenía hace 6 años, queda su edad actual»

$$2x - 3(x - 6) = x \Rightarrow 2x - 3x + 18 = x \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9.$$

Edad del hijo:  $9$  años.