

TEMA 3

POLINOMIOS

1. Halla m para que -2 sea raíz de $P(x) = 3x^2 - x + m$.
2. Hallar el valor de m para que el polinomio $x^3 - 9x^2 + mx - 32$ sea divisible por $(x - 4)$.
3. Calcula el valor de m para que el resto de dividir $P(x) = -x^3 + 2x - 5m$ entre $(x + 2)$ sea -1 .
4. Dado el polinomio $P(x) = 5x^3 + 3kx^2 - 2kx + 5$, determina el valor de k de modo que $P(x)$ sea divisible por $(x + 2)$ y que al dividirlo por $(x - 1)$ el resto sea -17 .
5. Dado el polinomio $ax^2 + bx + c$, halla a , b y c , si se sabe que al dividirlo entre $(x - 2)$ da de resto -9 , que es divisible entre $(x - 1)$ y que para $x = 0$ el polinomio vale 5 .
6. Hallar m para que el polinomio $2x^3 + 2x^2 - 4m + 3$ sea divisible por $(x + 1/2)$.
7. Calcula el valor de m para que el polinomio $x^3 + mx^2 - x - 2$ sea divisible por $(x + 2)$ y de 4 de resto al dividirlo por $(x - 3)$.
- ✓ 8. Determina los coeficientes a y b para que el polinomio $x^3 + 6x^2 + ax + b$ sea divisible por $(x^2 - 4)$.
9. Halla un polinomio de segundo grado, tal que al dividirlo por $(x - 1)$ de por resto 1 , al dividirlo por $(x - 2)$ de por resto 2 y al dividirlo por $(x - 3)$ de resto 4 .
- 10. Determina un polinomio de segundo grado cuyas raíces sean 3 y 4 .
- 11. Calcula m y n , para que el polinomio $x^3 + mx^2 + nx + 6$ sea divisible por $(x + 3)$ y por $(x - 2)$.
12. Halla un polinomio de segundo grado sabiendo que una de sus raíces es $x = -5$ y que $P(2) = -7$.
13. ¿Qué número m hay que añadir al polinomio $P(x) = x^3 + 2x^2$ para que sea divisible por $(x + 4)$?

SOLUCIONES

1) Halla m para que -2 sea raíz de $P(x) = 3x^2 - x + m$

$$P(-2) = 3 \cdot 4 - (-2) + m = 14 + m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -14}.$$

2) $x^3 - 9x^2 + mx - 32$ divisible por $(x - 4)$

$$P(4) = 64 - 144 + 4m - 32 = -112 + 4m = 0 \Rightarrow \boxed{m = 28}.$$

3) Resto -1 al dividir $P(x) = -x^3 + 2x - 5m$ entre $(x + 2)$

$$P(-2) = 8 - 4 - 5m = 4 - 5m = -1 \Rightarrow \boxed{m = 1}.$$

4) (Enunciado borroso)

El polinomio se lee algo así como

$P(x) = ? + 3kx^2 - 2kx + 5$. Pides $P(-2) = 0$ (divisible por $x + 2$) y $P(1) = -17$. Con el texto tal cual no es posible fijar un único k . Escribeme el polinomio exacto y lo resuelvo en una línea.

5) En $ax^2 + bx + c$:

- resto al dividir entre $(x - 2)$: $-9 \Rightarrow P(2) = 4a + 2b + c = -9$
- divisible por $(x - 1) \Rightarrow P(1) = a + b + c = 0$
- $P(0) = c = 5$

Sistema:

$$\begin{cases} a + b + 5 = 0 \\ 4a + 2b + 5 = -9 \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = -3, c = 5.$$

Respuesta: $\boxed{a = -2, b = -3, c = 5}.$

6) $2x^3 + 2x^2 - 4m + 3$ divisible por $(x + \frac{1}{2})$

$$P(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 4m + 3 = \frac{13}{4} - 4m = 0 \Rightarrow \boxed{m = \frac{13}{16}}.$$

Ejercicio 7 (PDF Tema 2 Polinomios 2)

*«Calcula el valor de m para que el polinomio

$$P(x) = x^3 + mx^2 - x - 2$$

sea divisible por $(x + 2)$ y dé resto 4 al dividirlo por $(x - 3)$.»*

1. Divisible por $(x + 2) \Rightarrow x = -2$ es raíz

$$P(-2) = (-8) + 4m + 2 - 2 = 4m - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad m = 2.$$

2. Resto 4 al dividir por $(x - 3) \Rightarrow P(3) = 4$

$$P(3) = 27 + 9m - 3 - 2 = 22 + 9m.$$

$$\text{Con } m = 2: P(3) = 22 + 18 = 40 \neq 4.$$

Las dos condiciones no pueden cumplirse simultáneamente; el sistema

$$\begin{cases} 4m - 8 = 0 \\ 22 + 9m = 4 \end{cases}$$

es incompatible ($m = 2$ vs. $m = -2$).

No existe ningún valor real de m que satisfaga ambas condiciones.

8) $x^3 + 6x^2 + ax + b$ divisible por $(x^2 - 4) = (x - 2)(x + 2)$

$$\begin{cases} P(2) = 8 + 24 + 2a + b = 0 \Rightarrow 32 + 2a + b = 0 \\ P(-2) = -8 + 24 - 2a + b = 0 \Rightarrow 16 - 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -4, b = -24.$$

Resultado: $a = -4, b = -24$.

9) Polinomio de 2.º grado tal que

$$P(1) = 1, P(2) = 2, P(3) = 4$$

Sea $P(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 1. \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases}$$

Resultado: $P(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x + 2)$.

10) Polinomio de 2.º grado con raíces 3 y 4

Mónico:

$$P(x) = (x - 3)(x - 4) = x^2 - 7x + 12.$$

11) Calcula m, n para que $x^3 + mx^2 + nx + 6$ sea divisible por $(x + 3)$ y $(x - 2)$

$$\begin{cases} P(-3) = -27 + 9m - 3n + 6 = 0 \Rightarrow 3m - n = 7 \\ P(2) = 8 + 4m + 2n + 6 = 0 \Rightarrow 2m + n = -7 \end{cases} \Rightarrow \boxed{m = 0, n = -7}.$$

12) Polinomio de 2.º grado, una raíz -5 y $P(2) = -7$

Mónico $P(x) = x^2 + bx + c$.

$$P(-5) = 0 \Rightarrow 25 - 5b + c = 0, \quad P(2) = -7 \Rightarrow 4 + 2b + c = -7.$$

Resolviendo: $b = 2, c = -15$.

Resultado: $\boxed{P(x) = x^2 + 2x - 15}$.

13) ¿Qué m añadir a $P(x) = x^3 + 2x^2$ para que sea divisible por $(x + 4)$?

Necesitamos $P(-4) + m = 0$:

$$(-64) + 2(16) + m = -32 + m = 0 \Rightarrow \boxed{m = 32}.$$