

9.5. Problemas

1. Escribir el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de un dado dos veces. a) Mediante diagrama en árbol. b) Por extensión.

2. Escribir el espacio muestral correspondiente a la suma de puntos en el lanzamiento de un dado dos veces. ¿Tiene la misma probabilidad el 8 que el 3?

3. Se han hecho 50 lanzamientos de un dado con los siguientes resultados:

1	5	6	6	3
2	2	5	6	4
1	2	3	4	2
3	6	5	6	5
5	3	5	6	3
2	1	6	1	2
5	6	2	5	4
4	3	4	5	4
1	6	4	3	4
4	6	3	5	1

Hallar las frecuencias de los siguientes sucesos:

- a) Salir 4.
b) Salir par.
c) Salir número primo.

Solución:

1	6
2	7
3	8
4	9
5	10
6	10

4. Se tiran un dado y una moneda. Hallar la probabilidad de obtener a) cruz y número primo, b) cruz o número primo.

Solución: a) 1/3. b) 5/6

5. Si dos sucesos ligados a una experiencia aleatoria tienen la misma probabilidad y los sucesos elementales son equiprobables, ¿puede deducirse que ambos sucesos son iguales? Razona la respuesta.

6. Se juega a una ruleta numerada de 1 al 100 hallar: a) Probabilidad de que el número que salga sea múltiplo de 10. b) Probabilidad de que el número que salga sea múltiplo de 2 y de 11. c) Probabilidad de que el número que salga sea divisor de 99.

Solución: a) 0.1 b) 0.01 c) 0.06

7. Sabiendo que:

$$p(A) = 1/2 = 0,5000$$

$$p(B) = 11/18 = 0,6111$$

$$p(A \cap B^c) = 5/18 = 0,2778$$

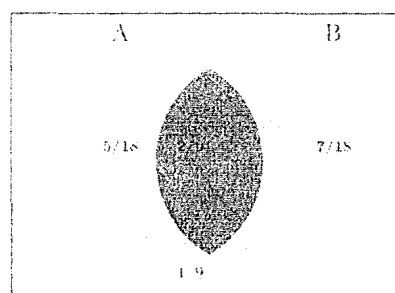
Calcular:

a) $p(A \cup B)$

b) $p(A^c \cap B^c)$

$$p(A \cup B) = 8/9 = 0,8889$$

$$p(A^c \cap B^c) = 1/9 = 0,1111$$



8. En una urna hay 3 bolas blancas, 4 negras, 5 rojas y 6 azules. Hallar: a) Probabilidad de que al sacar una bola sea azul. b) Probabilidad de que al sacar dos bolas sean blancas. c) Probabilidad de que al sacar

dos bolas sean, la primera negra y la segunda roja.

Solución: a) 0'3333 b) 0'0196 c) 0'0653

- 9) Hallar la probabilidad de que al sacar dos cartas de una baraja española: a) sean 2 oros, sin devolver la primera carta. b) sean 2 figuras, devolviendo la primera carta.

Solución: a) 0'057 b) 0'09

10. En una clase mixta hay 30 alumnas; 15 estudiantes repiten curso de los que 10 son alumnos y hay 15 alumnos que no repiten curso. a) Justificar que el número de estudiantes de esa clase es 55. b) Si se elige al azar un estudiante de esa clase: b₁) ¿Cuál es la probabilidad de sea alumno?. b₂) ¿Cuál es la probabilidad de que repita curso y sea alumna?. c) Si se eligen dos estudiantes al azar ¿cuál es la probabilidad de que ninguno repita curso?.

Solución: b₁ 0'45, b₂ 0'09, c) 0'52

11. La caja C₁ contiene 5 fichas azules y 3 rojas, la caja C₂ contiene 4 fichas azules y 6 rojas. Se traslada una ficha de la caja C₁ a la caja C₂; a continuación se extrae una ficha de C₂. ¿Cuál es la probabilidad de que la ficha extraída sea roja?.

Solución: $p(\text{roja extracción } 2^{\text{a}} \text{ caja}) = 51/88$

12. Se lanzan simultáneamente tres monedas al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que todas queden en el suelo del mismo modo?.

Solución: $p(c) + p(+) = 1/4$

- 13) Se extraen 3 cartas de una baraja española (40 cartas). Hallar la probabilidad de que sean 3 bastos; a) sin reemplazamiento; b) con reemplazamiento.

Solución: a) $P[(1B) \cap (2B) \cap (3B)] = 10/40 \cdot 9/39 \cdot 8/38 = 0'012$, b) $P[(1B) \cap (2B) \cap (3B)] = 10/40 \cdot 10/40 \cdot 10/40 = 0'015$

- 14. De una baraja de 40 cartas se toman dos. Hallar la probabilidad: a) De que las dos sean oros. b) De que las dos sean espadas o figuras. c) Al menos una sea sea bastos.

Solución: a) $p(OO) = 10/40 \cdot 9/39 = 0'0576$, b) X salir espadas o figura $p(XX) = 19/40 \cdot 18/39 = 0'21$, c) árbol $p(\text{al menos un basto}) = 0'442$

- 15. Se lanzan 6 monedas simultáneamente. Calcular la probabilidad de que al menos salga una cara.

Solución: 0'984

16. Consideremos la baraja española (40 cartas). Extraemos una carta al azar, miramos de que palo es y la devolvemos a la baraja. Repetimos la misma operación cuatro veces seguidas. Se pide: a) Probabilidad de haber sacado dos veces solamente una carta de oros. b) Probabilidad de haber sacado más de dos cartas de bastos. c) Hallar las probabilidades en los dos casos anteriores en el supuesto de que no devolvemos las cartas en cada extracción.

Solución: a) $6(10/40)^2(30/40)^2$, b) $(10/40)^4 + 4(10/40)^3(30/40)$, c) $c_a = p(2 \text{ oros}) = 6 \frac{10}{40} \frac{9}{39} \frac{30}{38} \frac{29}{37}$, $c_b = p(3 \text{ o } 4 \text{ bastos}) = \frac{10}{40} \frac{9}{39} \frac{8}{38} \frac{7}{37} + 4 \frac{10}{40} \frac{9}{39} \frac{8}{38} \frac{30}{37}$

17. Tres cajas tienen las siguientes composiciones: A = 5 bolas blancas y 2 negras, B = 7 bolas blancas y 1 negra y C = 2 bolas blancas y 8 negras. Se escoge al azar una caja y se extraen dos bolas sin reemplazamiento. Calcula la probabilidad de que las bolas sean del mismo color.

Solución: $1/3(11/21 + 3/4 + 29/45) = 0'6391$

SOLUCIONES

1) (p. 94)

Espacio muestral al lanzar **dos veces** un dado:

- a) En árbol: 1ª tirada (1–6) y, desde cada rama, 2ª tirada (1–6).
 - b) Por extensión: $\Omega = \{(i, j) : i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$ con 36 resultados equiprobables. 
-

2) (p. 94)

Suma de puntos al lanzar un dado dos veces: valores 2...12 con frecuencias

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1).

$$P(S = 8) = \frac{5}{36}, P(S = 3) = \frac{2}{36} \Rightarrow \text{no tienen la misma probabilidad; el 8 es más probable.}$$
 

3) (p. 94)

De los **50 lanzamientos** dados en la tabla:

- a) "Salir 4": 9 veces $\Rightarrow 9/50$.
 - b) "Par" (2,4,6): $7 + 9 + 10 = 26 \Rightarrow 26/50$.
 - c) "Primo" (2,3,5): $7 + 8 + 10 = 25 \Rightarrow 25/50$. 
-

4) (p. 94)

Se tira **un dado** y **una moneda** (cara/cruz).

- a) $P(\text{cruz y primo}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \boxed{\frac{1}{4}}$.
- b) $P(\text{cruz o primo}) = \frac{1}{2} + \frac{3}{6} - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{3}{4}}$. 

5) (p. 94)

Tener la **misma probabilidad** no implica ser el **mismo suceso**. Ej.: al lanzar un dado,

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ y } B = \{4, 5, 6\} \Rightarrow P(A) = P(B) = \frac{1}{2} \text{ pero } A \neq B.$$
 

6) (p. 94) Ruleta numerada 1...100.

- a) Múltiplo de 10: $\frac{10}{100} = \boxed{\frac{1}{10}}$.
- b) Múltiplo de 2 y de 11: múltiplo de 22 $\rightarrow \frac{4}{100} = \boxed{\frac{1}{25}}$.
- c) Divisor de 99: $\{1, 3, 9, 11, 33, 99\} \Rightarrow \frac{6}{100} = \boxed{\frac{3}{50}}$. 

7) (p. 94)

Datos: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{11}{18}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{18}$. Calcular:

- a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \boxed{\frac{5}{6}} \approx 0.8333$.
- b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - P(A \cup B) = \boxed{\frac{1}{6}} \approx 0.1667$. 

8) (p. 94–95) Urna con 3 blancas, 4 negras, 5 rojas, 6 azules (total 18).

- a) $P(\text{azul}) = \frac{6}{18} = \boxed{\frac{1}{3}}$.
- b) (Sin reemplazo) $P(2 \text{ blancas}) = \frac{3}{18} \cdot \frac{2}{17} = \boxed{\frac{1}{51}} \approx 0.0196$.
- c) (Sin reemplazo) $P(1^{\text{a}} \text{ negra y } 2^{\text{a}} \text{ roja}) = \frac{4}{18} \cdot \frac{5}{17} = \boxed{\frac{10}{153}} \approx 0.0654$. 

9) (p. 95) Dos cartas de baraja española (40).

- a) "2 oros, sin devolver": $\frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \boxed{\frac{3}{52}} \approx 0.0577$.
- b) "2 figuras, devolviendo": $\left(\frac{12}{40}\right)^2 = \boxed{\frac{9}{100}} = 0.09$. 

10) (p. 95) Clase mixta: 30 alumnas; 15 repiten (10 alumnos y 5 alumnas); 15 alumnos no repiten.

- a) $N = 30 + 10 + 15 = \boxed{55}$ estudiantes.
- b1) $P(\text{alumno}) = \frac{25}{55} = \boxed{\frac{5}{11}} \approx 0.4545$.
- b2) $P(\text{repite y alumna}) = \frac{5}{55} = \boxed{\frac{1}{11}} \approx 0.0909$.
- c) Elegidos 2 sin reemplazo, $P(\text{ninguno repite}) = \frac{40}{55} \cdot \frac{39}{54} = \boxed{\frac{52}{99}} \approx 0.525$. 

11) Rehacer con detalle

Cajas iniciales:

- C_1 : 5 azules (A) y 3 rojas (R).
- C_2 : 4 azules y 6 rojas (total 10).

Se traslada **una** ficha de C_1 a C_2 y luego se extrae **una** de C_2 . Buscamos $P(\text{roja})$.

Por la ley de la probabilidad total (árbol):

- $P(T = R) = \frac{3}{8}$. Entonces $C_2 \rightarrow (4A, 7R)$ y $P(\text{roja} \mid T = R) = \frac{7}{11}$.
- $P(T = A) = \frac{5}{8}$. Entonces $C_2 \rightarrow (5A, 6R)$ y $P(\text{roja} \mid T = A) = \frac{6}{11}$.

$$P(\text{roja}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{11} + \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{11} = \frac{21 + 30}{88} = \boxed{\frac{51}{88} \approx 0.5795}.$$

Atajo (esperanza de proporciones):

Tras el traslado, C_2 tendrá 11 fichas y un número esperado de rojas igual a $6 + P(T = R) = 6 + \frac{3}{8} = \frac{51}{8}$.

La probabilidad de sacar roja es esa fracción sobre 11:

$$\frac{\frac{51}{8}}{11} = \boxed{\frac{51}{88}}.$$

12) Tres monedas al aire. ¿Probabilidad de que queden todas igual?

Espacio muestral 8 (HHH, HHT, ..., TTT). Favorables: HHH y TTT $\Rightarrow 2$.

$$P = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4}} = 0.25.$$

13) Tres cartas de baraja española (40). Prob. de 3 bastos:

a) Sin reemplazo.

$$P = \frac{\binom{10}{3}}{\binom{40}{3}} = \frac{120}{9880} = \boxed{\frac{3}{247}} \approx 0.01215.$$

b) Con reemplazo.

$$P = \left(\frac{10}{40}\right)^3 = \boxed{\frac{1}{64}} = 0.015625.$$

14) Dos cartas (40).

a) Las dos oros (sin reemplazo):

$$P = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \boxed{\frac{3}{52}} \approx 0.0577.$$

b) Las dos sean "espada o figura" (cada carta pertenece al conjunto $E \cup F$).

$$|E| = 10, |F| = 12, |E \cap F| = 3 \Rightarrow |E \cup F| = 19.$$

$$P = \frac{19}{40} \cdot \frac{18}{39} = \boxed{\frac{342}{1560}} \approx 0.219.$$

c) Al menos una de bastos:

$$P = 1 - \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \boxed{\frac{173}{390}} \approx 0.442.$$

15) Se lanzan 6 monedas. Probabilidad de al menos una cara:

Complemento "ninguna cara" = $\left(\frac{1}{2}\right)^6$.

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \boxed{\frac{63}{64}} \approx 0.9844.$$

16) Baraja española. Extraemos 4 veces.

a) Con devolución: exactamente 2 oros.

$$P = \binom{4}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \boxed{0.2109375}.$$

b) Con devolución: más de dos bastos (≥ 3).

$$P = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \boxed{0.05078125}.$$

c) Sin devolución:

$$P(\text{exact. 2 oros}) = \frac{\binom{10}{2} \binom{30}{2}}{\binom{40}{4}} \approx \boxed{0.21419}.$$

$$P(\geq 3 \text{ bastos}) = \frac{\binom{10}{3} \binom{30}{1} + \binom{10}{4}}{\binom{40}{4}} \approx \boxed{0.04169}.$$

17) Tres cajas:

$A : 5B, 2N$ (7) $\quad B : 7B, 1N$ (8) $\quad C : 2B, 8N$ (10).

Se elige **caja al azar** y luego **dos bolas sin** reemplazo. Prob. de **mismo color**:

$$P(\text{mismo}|A) = \frac{\binom{5}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{11}{21},$$

$$P(\text{mismo}|B) = \frac{\binom{7}{2} + \binom{1}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{3}{4},$$

$$P(\text{mismo}|C) = \frac{\binom{2}{2} + \binom{8}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{29}{45}.$$

$$P = \frac{1}{3} \left(\frac{11}{21} + \frac{3}{4} + \frac{29}{45} \right) = \boxed{\frac{2417}{3780} \approx 0.6394}.$$