

EJERCICIOS PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

1. Determina el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_n = 3, 9, 27, 81, \dots$

c) $c_n = 5, -15, 45, -135, \dots$

b) $b_n = 80, 40, 20, 10, 5, \dots$

d) $d_n = \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots$

2. Indica si las siguientes progresiones son geométricas:

a) $a_n = 12, 9, 6, 3, \dots$

c) $c_n = 1, 4, 9, 16, \dots$

b) $b_n = 6, 18, 54, \dots$

d) $d_n = \frac{5}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{48}, \dots$

3. Calcula el término 24 de la progresión geométrica 4, 12, 36, ...

4. En una progresión geométrica el sexto término es 27 y el tercero 1. Halla la razón.

5. En una progresión geométrica $a_1 = 8$ y $a_3 = 2$. Calcula a_6 y su término general.

6. En una progresión geométrica el primer término vale 6 y la razón 2. Determina el lugar que ocupa el término de valor 6 144.

7. Calcula la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 4$ y $r = 3$.

8. ¿Cuánto vale la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_5 = 324$ y $r = 3$?

9. ¿Cuántos términos se han tomado en una progresión geométrica de primer término 7 si el último considerado vale 448 y la suma de ellos 889?

10. En una progresión geométrica $S_6 = 1\,456$ y $r = 3$. Determina a_1 y a_4 .

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

~~$$S_m = \frac{a_1 + a_m}{2} \cdot m$$~~

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

SOLUCIONES

1) Determina el término general

En una P.G.: $a_n = a_1 r^{n-1}$.

a) $3, 9, 27, 81, \dots \Rightarrow a_1 = 3, r = 3$.

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n.$$

b) $80, 40, 20, 10, 5, \dots \Rightarrow a_1 = 80, r = \frac{1}{2}$.

$$b_n = 80 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

c) $5, -15, 45, -135, \dots \Rightarrow a_1 = 5, r = -3$.

$$c_n = 5(-3)^{n-1}.$$

d) $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots \Rightarrow a_1 = \frac{1}{9}, r = 3$.

$$d_n = \frac{1}{9} 3^{n-1} = 3^{n-3}.$$

2) ¿Son geométricas?

a) $12, 9, 6, 3, \dots$ Cocientes: $9/12 \neq 6/9 \Rightarrow$ No.

b) $6, 18, 54, \dots$ Cociente constante = $3 \Rightarrow$ Sí (P.G., $r = 3$).

c) $1, 4, 9, 16, \dots$ (cuadrados) $\Rightarrow$ cociente no constante $\Rightarrow$ No.

d) $\frac{5}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{48}, \dots$ Cociente $(5/12)/(5/3) = 1/4$ y $(5/48)/(5/12) = 1/4 \Rightarrow$ Sí (P.G., $r = \frac{1}{4}$).

3) $4, 12, 36, \dots$ Hallar a_{24}

$$a_n = 4 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow a_{24} = 4 \cdot 3^{23}.$$

4) En una P.G. $a_6 = 27$ y $a_3 = 1$. Razón r

$$\frac{a_6}{a_3} = r^3 = \frac{27}{1} \Rightarrow r = 3.$$

5) En una P.G. $a_1 = 8$ y $a_3 = 2$. Calcula a_5 y el término general

$$a_3 = a_1 r^2 \Rightarrow 2 = 8r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \pm \frac{1}{2}.$$

- Si $r = \frac{1}{2}$: $a_n = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$

- Si $r = -\frac{1}{2}$: $a_n = 8 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$

En ambos casos $a_5 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2}.$

6) P.G. con $a_1 = 6$, $r = 2$. ¿Qué lugar ocupa 6144?

$$6 \cdot 2^{n-1} = 6144 \Rightarrow 2^{n-1} = 1024 = 2^{10} \Rightarrow \boxed{n = 11}.$$

7) Suma de los seis primeros términos con $a_1 = 4$, $r = 3$

$$S_6 = \frac{a_1(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{4(3^6 - 1)}{2} = 4 \cdot \frac{728}{2} = \boxed{1456}.$$

8) Suma de los cinco primeros términos con $a_5 = 324$, $r = 3$

$$a_1 = \frac{a_5}{r^4} = \frac{324}{3^4} = 4.$$
$$S_5 = \frac{4(3^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{4(243 - 1)}{2} = \boxed{484}.$$

9) En una P.G. $a_1 = 7$, último = 448 y $S = 889$. ¿Cuántos términos?

$$\text{Del último: } 7r^{n-1} = 448 \Rightarrow r^{n-1} = 64 = 2^6 \Rightarrow r = 2, n = 7.$$

$$\text{Comprueba la suma: } S_7 = \frac{7(2^7 - 1)}{2 - 1} = 7 \cdot 127 = 889.$$

$$\boxed{n = 7}.$$

10) En una P.G. $S_6 = 1456$ y $r = 3$. Halla a_1 y a_4

$$a_1 = \frac{S_6(r - 1)}{r^6 - 1} = \frac{1456 \cdot 2}{729 - 1} = \boxed{4}, \quad a_4 = a_1 r^3 = 4 \cdot 27 = \boxed{108}.$$