

TEMA 10

PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones:

a) 2, 5, 8, 11,...

d) $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{27}{40}, \frac{81}{80}, \dots$

b) 2, 6, 18, 54,...

e) $1, -\frac{3}{8}, -\frac{7}{27}, -\frac{11}{64}, -\frac{15}{125}, \dots$

c) $2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \dots$

f) 5, -15, 45, -135,...

2. ¿Cuánto vale el término vigesimoquinto de una progresión aritmética en la que $a_{10} = 32$ y $d = 5$?

3. Halla el término a_{20} de una progresión aritmética en la que $a_8 = 12$ y $a_{12} = 32$.

4. Halla la suma de los 34 primeros términos de una progresión aritmética en la que a_1 vale -7 y d 4.

5. Calcula el término vigesimocuarto de la siguiente progresión geométrica: 4, -12, 36, -108,...

6. Calcula la razón de una progresión geométrica en la que $a_6 = 27$ y $a_3 = 1$.

7. En una progresión geométrica $a_1 = 6$ y $r = 2$, ¿qué lugar ocupa el término que vale 6 144?

8. Halla la suma de los 21 primeros términos de una progresión geométrica en la que

$r = \sqrt{2}$ y $a_1 = 2$.

SOLUCIONES

1) Encuentra el término general

Recordatorio:

- P.A. $a_n = a_1 + (n - 1)d$.
- P.G. $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.

a) 2, 5, 8, 11, ... (P.A., $a_1 = 2$, $d = 3$)

$$a_n = 2 + 3(n - 1) = 3n - 1.$$

b) 2, 6, 18, 54, ... (P.G., $a_1 = 2$, $r = 3$)

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}.$$

c) 2, 2, $\frac{8}{3}$, 4, $\frac{32}{5}$, ...

Se reconoce $a_n = \frac{2^n}{n}$ (numerador 2^n , denominador n).

$$a_n = \frac{2^n}{n}.$$

d) $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{27}{40}$, $\frac{81}{80}$, ...

Numeradores 3^{n-1} , denominadores $5 \cdot 2^{n-1}$:

$$a_n = \frac{1}{5} \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}.$$

e) 1, $-\frac{3}{8}$, $-\frac{7}{27}$, $-\frac{11}{64}$, $-\frac{15}{125}$, ...

Para $n \geq 2$: numerador $4n - 5$, denominador n^3 , signo negativo; y $a_1 = 1$.

$$a_1 = 1, \quad a_n = -\frac{4n - 5}{n^3} \quad (n \geq 2).$$

f) 5, -15, 45, -135, ... (P.G., $a_1 = 5$, $r = -3$)

$$a_n = 5(-3)^{n-1}.$$

2) P.A. con $a_{10} = 32$ y $d = 5$. Hallar a_{25} .

$$a_{25} = a_{10} + 15d = 32 + 15 \cdot 5 = 107.$$

3) P.A. con $a_8 = 12$ y $a_{12} = 32$. Hallar a_{20} .

$$d = \frac{32 - 12}{12 - 8} = 5. \text{ Entonces } a_{20} = a_{12} + 8d = 32 + 40 = 72.$$

4) Suma de los 34 primeros términos, P.A. con $a_1 = -7$ y $d = 4$.

$$S_{34} = \frac{34}{2} (2a_1 + (34 - 1)d) = 17(-14 + 132) = 2006.$$

5) Término 24 de la P.G. $4, -12, 36, -108, \dots$

$$a_n = 4(-3)^{n-1} \Rightarrow a_{24} = 4(-3)^{23} = -4 \cdot 3^{23} = \boxed{-376\,572\,715\,308}.$$

6) P.G. con $a_6 = 27$ y $a_3 = 1$. Hallar la razón r .

$$a_6 = a_3 r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{27}{1} = 27 \Rightarrow \boxed{r = 3}.$$

7) P.G. con $a_1 = 6$, $r = 2$. ¿Qué lugar ocupa el término 6144?

$$6 \cdot 2^{n-1} = 6144 \Rightarrow 2^{n-1} = 1024 = 2^{10} \Rightarrow \boxed{n = 11}.$$

8) Suma de los 21 primeros términos de P.G. con $a_1 = 2$, $r = \sqrt{2}$.

$$S_{21} = a_1 \frac{r^{21} - 1}{r - 1} = 2 \frac{(\sqrt{2})^{21} - 1}{\sqrt{2} - 1} = 2((\sqrt{2})^{21} - 1)(\sqrt{2} + 1).$$

Resultado exacto: $\boxed{S_{21} = 2((\sqrt{2})^{21} - 1)(\sqrt{2} + 1)}.$